

Math. P.

647^m

GRONDBEGINZELEN

DER

WETEN

Math. P. 647 m

R

GRONDBEGINZELN

D E R

KEGELSNEEDEN.

GRONDBEGINZELLEN

DER

KEGELSNEEDEN.

GRONDBEGINZELEN
DER
KEGELSNEEDEN,

BEVATTENDE

DE EERSTE EN VOORNAAMSTE EIGENSCHAPPEN

VAN DE

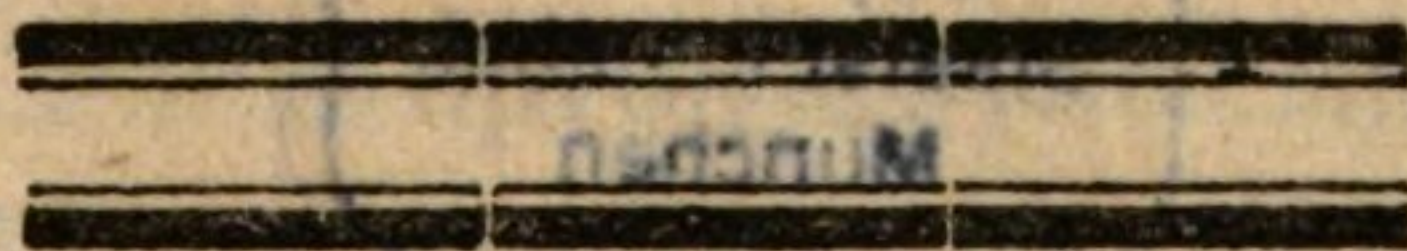
PARABOLA, ELLIPS EN HYPERBOLA.

TEN DIENSTE DER LEERLINGEN OPGESTELD

DOOR

NICOLAAS YPER,

Hoog-Leeraar der Wiskunde, en Sterktebouw aan
's Lands Hooge School te Franeker, en Lid
van de Hollandsche Maatschappye der Wee-
tenschappen te Haarlem.



TE AMSTERDAM,

By YNTEMA en TIEBOEL.

1769.

GRONDBEGINSELN
DER
KEGELSNEEDEDEN
BEVATTENDE
DE EERSTE EN VOORNAAMSTE WISSENSCHAPPEN
VAN DE
PARABOLA, ELLIPS EN HYPERBOLA.

TEN DIENSTE DER EERLICHEN GEESTELIJCH
DOOR
NICOLOAS YPER
Hoog-leraar der Wijskunde, en Sterkhouw aan
s Lands Hooge School te Franeker, en Lid
van de Hollandische Maatschappij der Wec-
tenenschappen te Haarlem.

Bayerische
Staatsbibliothek
München

TE AMSTERDAM,
BY YNTJEMA en TIEBOEL.
1769.

VOORREEDEN

V A N

P Y B O S T E E N S T R A.

Het is buiten allen twyffel dat de bespiegelingen der eerste Wiskunstenaren reeds op de doorsnydingen van de Kegels gevallen zyn. Want daar wordt gewag gemaakt (a) dat ARISTÆUS de Meetkunstenaar, EUDOXUS GNIDIUS, MENECHMUS, EUCLIDES, CONON, TRASIDEUS, NICOTELES, ARCHIMEDES en POSITHEUS, die alle voor den tyd van *Apollonius* leefden, de Kegelsneedden reeds beoefend hebben. En hoewel *Montucla*, in zyne Historie der Wiskunde (b), aanmerkt, dat 'er geene genoegzaame bewyzen zyn, om de stelling van zommigen, als of PLATO allereerst de Kegelsneedden ontdekt zoude hebben, voor zeeker te houden: is 'er nogtans veel waarschynlykheid, dat ze in zyn tyd, en dus ook by hem zelve, reeds niet meer onbekend waren: om dat ze by de eerste Leerlingen, die hem in zyne School opvolgden, niet alleen bekend geweest zyn; maar zommigen van hen reeds merkelyke vorderingen in dezelve schynen gemaakt te

(a) CLAUDII RICHARDI, in *Apoll. Pergæi Conic.*, Admon. ad Lect. Geom. Stud., Sect. II.

(b) Partie I. Liv. III.

te hebben : want men vind aangeteekend , dat MENECHMUS de Kegelfneedden reeds gebruikte , om 'er de Vraagstukken van de midden-evenredigen , en van de verdubbeling van den Taerling , op meer dan eene wyze , door op te losfen : welke Oplosfingen door EUTOCIUS , in zyne Commentariën over *Archimedes* , voor ons bewaard gebleven zyn. Volgens de Aanteekening van Pappus (a) , heeft ARISTÆUS de Oude reeds vyf boeken over de Kegelfneedden gefchreeven ; welke niet tot ons gekomen ; maar , gelyk veele andere fchriften der Ouden , verlooren geraakt zyn : waar van echter , volgens Saverien (b) , geen ander bewys fchynt te zyn , dan alleen het bericht van PAPPUS. Zeekerder is het dat EUCLIDES , die *Aristæus* opvolgde , vier boeken over de Kegelfneedden gefchreven heeft.

APOLLONIUS PERGÆUS eindelyk , die omtrent honderd en vyftig jaaren voor de geboorte van den Zaligmaaker bloeide , en in de School te Alexandriën de Leerlingen van EUCLIDES gehoord heeft ; verzamelde alles wat de Meetkundigen , die voor hem geleefd hebben , van de Kegelfneedden ontdekt en gefchreeven hadden , by een ; en 'er zyne eigene uitvindingen byvoegende ,

maak-

(a) *Collect. Mathem. Lib. VII.*

(b) *Diſt. de Mathem. in voce Section Conique.* Zie ook VINCENTII VIVIANI *Divinatio ſecunda de Locis Solidis Ariſtæi Senioris in Præfat.*

maakte een samenstel van agt boeken over de Kegelsneedden, die nog alle in weezen zyn, en als een der allerwaardigste gedenkstukken van de Ouden, by de Wiskundigen geacht en bewaart worden.

E U C L I D E S in zyne Kegelsneedden beschreef de eigenschappen van drie byzondere vlakken, die uit de doorsneede van een Kegel voortkwamen; waar van het eerste, door den top van den Kegel en deszelfs grondvlak gaande, altyd een gelykbeenige driehoek was: het tweede vlak kwam voort uit de doorsneede des Kegels evenwydig aan zyn grondvlak; welke doorsneede bygevolg de Cirkel is: en de derde sneede ging altyd regthoekig door eene der opstaande zyden van den Kegel. Het vlak van deeze laatste snyding had drieërlei eigenschappen, die merkelyk van elkander onderscheiden waren: en haaren oorsprong hadden, uit de drieërlei soort van Kegels, als Rechthoekige, Scherphoekige en Stomphoekige, waar van *Euclides* gebruik maakte. Hy bepaalde een Kegel te zyn, de *Lichaamelyke figuur*, die door de beweging eens regthoekigen driehoeks, om een van zyne regthoeks zyden, beschreven wordt. Zo de tophoek deezes driehoeks half recht, of vyf en veertig graaden was, wierd de tophoek des Kegels regt, en de Kegel regthoekig genoemd: weshalven dan de doorsneede, regthoekig door eene der opstaande zyden gaande, evenwydig met de andere opstaande zyde

* 4

liep;

liep; en daarom het vlak gaf, dat wy nu gewoon zyn de Parabola te noemen. Zo de tophoek van den ronddraaijenden regthoekigen driehoek minder dan half regt, of minder dan vyf en veertig graaden was, wierd de tophoek van den Kegel minder dan regt; de Kegel een ſcherphoekige Kegel genoemd, en de ſneede, regthoekig door eene der opſtaande zyden gaande, kwam het grondvlak van den Kegel, of deszelfs verlengde, te ontmoeten; weshalven het vlak deezer ſnyding het zelfde was, als dat wy thans de Ellips noemen. En eindelyk, als de tophoek van den ronddraaijenden driehoek meer dan half regt was, waar door de tophoek van den Kegel ſtomp wert, had men den ſtomphoekigen Kegel; wiens doorsneede, regthoekig door eene der opſtaande zyden gaande, en naar boven verlengd zynde, het verlengde der andere opſtaande zyde ontmoette: diensvolgens was het vlak, dat uit deeze ſnyding voortkwam, het zelfde, dat naderhand de Hyperbola genoemd is.

APOLLONIUS gaf eene veel algemeener bepaaling van den oorsprong des Kegels: hy onderſtelde ſlegts een Cirkel, met eene onbepaalde regte lyn; gaande de laaſte door den omtrek deezer cirkels, en door eenig vast punt; ergens, buiten het vlak deezer cirkels, naar welgevallen genomen: en noemde de Lichaamelyke figuur, die door de beweeging of ronddraaijing deezer onbepaalde
reg-

regte lyn, rontom het gegeven punt, en altyd door den omtrek des cirkels gaande, wort ingefloten, een Kegel. Vervolgens toonde hy aan, dat elke Kegel, zonder onderscheid van regthoekig- of scheefhoekigheid, mits derzelver grondvlak maar een Cirkel was, alle drie de laastgemelde vlakken, die EUCLIDES beschreven had, konde uitleveren: indien de snyding maar op drie onderscheidene wyzen wert ingericht; en wel zoodaanig, dat men, zonder te letten of de sneed regt- of scheefhoekig door eene der opstaande zyden van den Kegel ging; maar zorgde droeg, dat de eene snyding evenwydig met eene der opstaande zyden van den Kegel geschiedde: en dat van de beide anderen, in tegenstelling der evenwydigheid aan de grondvlakte of opstaande zyde des Kegels, de eene sneede de verlengde grondvlakte; en de andere het verlengde van eene der opstaande zyden ontmoette.

Vervolgens heeft APOLLONIUS aan deeze drie byzondere sneeden de naamen van *Parabola*, *Ellips* en *Hyperbola* gegeven; met welke ze nog hedendaags benoemd worden: de oorsprong deezer benaamingen trekkende, uit de verschillende overeenkomst, die de vierkanten der halve Ordinaten, in de verschillende kromme lynen, met de regthoeken van derzelver Abscissen en Parameters hebben. Want ontdekt hebbende, dat in de eer-

ste sneede, de evenwydige naamelyk aan eene der opstaande zyden, het vierkant der halve Ordinate altyd gelyk was, aan den regthoek der Abscisse met den Parameter; noemde hy het vlak van deeze doorsnyding een Parabola. Terwyl hy, bemerkte hebbende dat, van de tweede sneede, die het verlengde grondvlak van den Kegel ontmoet, het vierkant der halve ordinate altyd minder dan deezen regthoek was; het vlak deezer doorsnyding een Ellips noemde. En in tegendeel van de derde sneede, die het verlengde van eene der opstaande zyden ontmoet, het vierkant der halve Ordinate altyd grooter dan de regthoek der Abscisse en Parameter vindende; gaf hy aan het vlak van deeze doorsneede den naam van Hyperbola. Op die wyze de Kegelsneeden bepaald hebbende, bewees *Apollonius* niet alleen alle de Voorstellen, die *Euclides* en andere Wiskunstenaars reeds voor hem, in dezelve ontdekt en beschreven hadden; maar vermeerderde derzelve getal in zo verre, dat hy een volkomen zamenstel van agt boeken voor den dag bragt; in dewelken hy de eigenschappen der Kegelsneeden, op eene Meetkundige wyze, met dezelfde Wiskundige strengheid, zuiverheid en nauwkeurigheid, behandelde, als *Euclides* de Grondbeginzelen der Meetkunst beweezen had. Het is daarom dat in dit uitmuntend Werk van *Apollonius* de sterkste trek-

ken

ken van een allerverhevenst verstand, doordringend oordeel, en allerdiepste kennis der Wiskunde, met zo veel klaarheid doorstraalen; dat hy zedert by allen, die zyne Werken gekend hebben, met den naam van den Grooten Wiskunstenaar is genoemd geweest. Veelen der Ouden hebben de Kegelsneden van *Apollonius* met hunne aantekeningen, ophelderingen en byvoegzels verrykt en uitgegeeven: onder welken *PAPPUS de Alexandriner* (a), *HYPATHIA*, de Dogter van *THEON*, mede van Alexandriën (b): en *EUTOCIUS de Ascaloniër* voornaamelyk bekend zyn, benevens eenige anderen, uit de Arabieren en Perfen (c).

De vier eerste boeken van *APOLLONIUS* hebben de Meetkunstenaars van alle tyden af in handen gehad: en verscheide hebben 'er van tyd tot tyd Latynsche overzettingen van bezorgd: onder welken *JOANNES BAPTISTA MEMMIUS*, een Venetiaan, doorgaans de eerste genoemd wort: wiens overzetting echter veele onnaauwkeurigheden en gebreeken heeft (d). Met een gelukkiger uitvoering is hy gevolgd door den Abt *FRANCISCUS MAUROLICUS*; een zeer voornaam Wiskun-

(a) *Collect. Mathem.* L. VIII.

(b) *CLAUD. RICH.* L. L. Sect. X.

(c) *BORELLUS & HALLEI*, in *Præfat. ad Apoll. Conic.*

(d) *HEILBRONNER*, *Math. Univ. Hist*, pag. 275.

kunstenaar te Mesfina, die ook drie boeken over de Spheer van *Theodosius*, als mede drie boeken over de Klootsche Driehoeken van *Menelaus* heeft uitgegeeven. Vervolgens heeft de beroemde *FREDERICUS COMMANDINUS* een heerlyke Latynsche overzetting der vier eerste boeken van *Apollonius* bezorgd; als mede van de Voorbewyzen (of Lemmata), die *Pappus* by deeze boeken van *Apollonius* gevoegd had; en van de aantekeningen die *Eutocius* over dezelve gemaakt heeft: welke *Commandinus* grootelyks opgehelderd; en met zyne eigene aantekeningen merkelyk vermeerderd heeft. Deeze zyn vervolgens door *CLAUDIUS RICHARDUS*, *BARROW*, en naderhand door veele anderen gevolgd. Maar de vier overige boeken van *Apollonius* heeft men zeer langen tyd voor verloren gehouden: en verscheide voornaame Wiskunstenaars, onder welken de Abt *FRANCISCUS MAUROLICUS* (a) en *VINCENTIUS VIVIANI* (b), die den inhoud deezer boeken uit de aantekeningen van *Eutocius* gezien hadden, hebben getragt dit verlies eenigermaten te herstellen, door Werken van den zelfden inhoud te schryven: tot dat eindelyk in de verleedene eeuw de vyfde, zesde en zevende boeken, door de zorg van *JOANNES*

AL-

(a) *In Conicorum Apoll. Perg. Emendatione & Restitutione.*

(b) *De Maximis & Minimis Geometrica Divinatio in Quintum Apoll. Perg. Conic. Lib.*

ALFONSUS BORELLUS, wederom zyn te voorschyn gekomen. By deeze zeven boeken heeft de beroemde Engelsche Wiskunstenaar, EDMOND HALLEY, na dat hy de vier eerste tegens een voor-naam Grieksch handschrift, uit de Wiskundige Bibliotheek van *Savilius*; en de overzetting der drie volgende van *Borellus*, tegens verscheide Arabische en Persische handschriften had overgezien; ook het agtste boek uit de Arabische en Persische taalen overgezet, en bygevoegd (a): zo dat hy door deez' zynen arbeid, alle de agt boeken van APOLLONIUS wederom hersteld, en ons een zeer schoone uitgaave van dezelve, als mede van de Aanteekeningen van EUTOCIUS over de vier eerste boeken, bezorgd heeft.

Zeedert het gebruik der Algebra zo algemeen geworden is, dat de Wiskunstenars dezelve zo wel op Meetkundige grootheden als op Reekenkundige hebben toegepast; heeft men de eigenschappen der Kegelsneedden op tweërlei wyze beginnen te verhandelen: waar van de eene de *Synthetische*, en de andere de *Analytische* genoemd wort. De Synthetische wyze noemt men die, van welke de Ouden zig bediend hebben; en bestaat in het ontdekken der diepste en verborgenste waarheden, door de eenvoudigste te vooren vastgestelde

(a) Zie HALLEY, *Præfat: Cit.*

de en beweezene grondbeginzelen; uit welke ze, als by trappen, door de zuiverste en strengste Redeneertrant getrokken, in het helderste daglicht gesteld, en met de grootste zekerheid bewezen worden. De Analytische wyze bestaat hier in, dat men in het ontdekken der waarheden, voor Meetkundige grootheden zekere Algebraïsche uitdrukkingen stelt, die derzelver waardyen te kennen geeven; uit welker overeenkomsten met elkan- der vergelykingen worden opgemaakt; die door- gaans, op eene ingewikkelde en zamengestelde wyze, verscheide waarheden in zig bevatten; van welke dan eindelyk, door de ontbinding deezer vergelykingen, de voorstellen, die begeert wor- den, te voorschyn komen. Zo dat men door de Synthesis met de allereenvoudigste beginzelen aan- vangt, en daar uit tot de betoging der meest za- mengestelde en verborgenste waarheden voort- gaat: terwyl in tegendeel de Analyfis meest al met ingewikkelde en zamengestelde waarheden aan- vangt; en door derzelver ontbinding, de ontdek- king van eenvoudige bekomen wordt. Beide deeze handelwyzen hebben haare byzondere nuttigheden en verdiensten: en schoon een Wiskunstenaar de eene even zo min als de andere ontbeeren kan; is het nogtans buiten alle bedenking, dat tot het on- derwys van eerstbeginnenden, de Synthetische wyze zeer verre boven de Analytische den voor-
rang

rang verdient. Myns bedunkens zoude de beste handelwyze der Kegelfneedden zyn, dat men derzelve hooft-eigenschappen op eene Synthetische wyze, volgens de gronden en Regelen der zuivere Meetkunst bewees; deeze beweezene eigenschappen in Analytische uitdrukkingen bragt; wanneer men doorgaans in staat is, enkel door middel van gevolgtrekking, langs kortere en gemakkelijker wegen, veele andere eigenschappen, op eene Analytische wyze, uit dezelve af te leiden. De Analytische wyze wort wel doorgaans, tot het ontdekken van nieuwe eigenschappen, gerekend beeter geschikt te zyn, dan de Synthetische; dog hoewel de meeste en voornaamste der hedendaagfche Wiskunstenaren dezelve in hunne verhandelingen over de Kegelfneedden gebruiken, kan men echter niet zeggen, dat daar door ontdekkingen, van eenig merkelyk aanbelang in de eigenschappen der Kegelfneedden gedaan zyn: dewyle men in alle de Analytische verhandelingen naauwlyks eenige eigenschappen ontmoet, die niet in het volkomen Werk van *Apollonius* gevonden worden; en dus by de Ouden niet reeds bekend geweest zyn.

Men denke daarom niet, dat de naspooring der hedendaagfche Wiskunstenaren, omtrent de eigenschappen der Kegelfneedden, vrugteloos geweest is, dat zy verre: want behalven dat ze den weg gebaad hebben, om door Analytische uitdrukkingen

gen

gen derzelver aart en eigenschappen veel korter en beknopter onder het oog te kunnen brengen; en daar door met veel gelukkiger gevolg derzelver gebruik op de Meetkunst hebben toegepast, dan de Ouden: die, buiten de oplossing van menigvuldige Meetkundige Vraagstukken, alleen maar het beschryven der vlakke en lichaamelyke Meetkundige plaatzen betreffende, tot welke ze doorgaans twee of meer kromme lynen der Kegelsneden benodigt hadden; zeer weinig gebruik van de Kegelsneden maakten; hebben de hedendaagsche Wiskunstenars de oplossing deezer Vraagstukken, die zeer veele verheevene, ingewikkelde en diepzinnige bespiegelingen vereischen, merkelyk verkort, eenvoudiger gemaakt, en met menigvuldige andere nuttige Vraagstukken vermeerderd. Dog voornaamelyk zyn wy de hedendaagsche Wiskunstenars oneindig verplicht, voor het gelukkig gebruik, dat ze van de Kegelsneden in de meeste voornaamste deelen der Wiskunde, en in al de deelen der Natuurkunde gemaakt hebben: waar van by de Ouden geheel geen voetspoor gevonden wort. En daarom hoe hoog men ook de nuttigheid der Reekenkunst, de voortreffelykheid der Algebra of Stelkunst, en de verhevenheid der Fluxie-Reekening mag schatten; en hoe zee-ker het zy, dat men, zonder derzelver kennis, even min als zonder de kennis der uitmuntende Meet-

Meetkundige Voorstellen van EUCLIDES, niets in de Wiskunde verrichten kan: maak ik echter geen zwaarigheid of een ieder, die flegts een weinig in de Wiskundige wetenschappen ervaaren is, zal my volkomen toestemmen; voor eerst, dat iemand, zonder behulp der Kegelsneedden, tot geene andere kennis, zelf van de zuivere Wiskunde, dan die der eerste beginzelen flegts, geraaken kan. En ten tweeden, dat geen gedeelte der zuivere Wiskunde op de gemengde grooter invloed heeft, noch in dezelve van een uitgestrekter gebruik is; dan de Kegelsneedden.

Om van het eerste overtuigd te zyn; behoeft men, behalven dat de Kegelsneedden zelve een aanzienlyk gedeelte der zuivere Wiskunde uitmaken, voornaamelyk het oog te vestigen op dat gedeelte, het welk by de hedendaagsche Wiskunstenaaren doorgaans de hoogere Meetkunst genoemd wordt: van het welk de beschouwing der Eigenschappen van de kromme lynen in 't Algemeen, niet flegts het grootste gedeelte, maar byna het gantsche onderwerp uitmaakt. En dewyle, onder alle de kromme lynen, de Kegelsneedden de voornaamste plaats beslaan; en van meest alle de overigen den grondslag bevatten; zal het niet moeijelyk om te begrypen zyn; dat de Kegelsneedden als de Ziel der hoogere Meetkunst moeten worden aangemerkt. Zeer veel wordt het

* *

ge-

gebruik der Algebra verkleint, als men derzelver toepassing op de Kegelsneeden wegneemt: en nog meer verliest de Fluxie-Reekening van haare uitgebreide nuttigheid, zo men haar niet toelaat dezelve op de eigenschappen der Kegelsneeden te oefenen. Het is derhalven niet zonder reedenen, dat de LA HIRE in zyne Voorreeiden tot de Kegelsneeden zegt, dat alles, wat in de Wiskundige zaaken uitmuntende en verheven is, uit de Eigenschappen der Kegelsneeden wordt afgeleid (a). Die dan zo veel kennis van de Meetkunst verlangen te hebben, dat ze in staat zyn eenig gebruik van dezelve te kunnen maaken; dienen noodzaakelyk, na dat ze de voornaamste voorstellen der zes eerste en elfde en twaalfde boeken van EUCLIDES, als mede de allereerste beginzelen van de Algebra geleerd hebben, terstond met de Kegelsneeden aan te vangen: om zig dus den weg tot de hoogere Meetkunst te baanen.

Niet minder klaarblykelyk is de groote invloed der Kegelsneeden op de Gemengde Wiskunde, die te gelyk de voornaamste deelen der Natuurkunde uitmaakt. Want om niet te spreken van derzelver gebruik in de Aardrykskunde, dewyle dit by veelen misfchien als wat al te verre gezogt zoude kun-

(a) *Quidquid est in Mathematicis eximium & præclarum, ex Conicarum sectionibus velut fontibus derivatur.*

kunnen voorkomen; ſchoon nogtans de zeer be-
roemde Wiskunſtenaars MAUPERTUIS, CLAI-
RAUT, CASSINI en veele anderen, om de waare
grootte en gedaante van den Aardkloot te bepaa-
len, wel degelyk van de eigenschappen der Ke-
gelfneden gebruik gemaakt hebben; waar van on-
ze Landsgenooten een blyk kunnen vinden, in de
Natuur- en Wiskundige Aardryksbeſchouwing van
den Heere LULORS (a); zal ik den Leezer liever
leiden tot de verhevenſte aller Weetenſchappen,
naamelyk tot de Sterrekunde. Zo wel het beſchou-
wende, als werkdaadige, van dit alleruitmuntendſt
gedeelte der gemengde Wiskunde; rust althans ge-
heel en al op de kennis der Kegelfneden. Want
hoe zoude men, zonder kennis van de eigenschap-
pen der Ellips, gekomen zyn, tot de bepaaling
der middelpuntſkragten in het algemeen; en by-
zonderlyk tot de bepaaling der kragten, die de
Planeeten in hunne wandelkringen houden; om
daar uit af te leiden, dat deeze wandelkringen,
zo wel als die van de Comeeten, noodzaakelyk
Ellipſen zyn moeten? Gelyk, ſchoon van achte-
ren, de waarneemingen bevestigen dat ze in der
daad zyn. Zo dat men, zonder behulp der Ellips, van
geene Dwaalſterre noch Staartſterre den wandel-
kring uit derzelve waarneemingen zoude kunnen be-

(a) Eerſte Hoofdstuk.

bepaalen: veel min noch de waare plaats, in welke eenig Planeet of Comeet zig in haar eigen loopkring t'eeniger tyd bevint, bevonden heeft, of bevinden zal, kunnen bereekenen. Steunt niet de gantsche weetenschap der voortgeworpene Lichaamen, die een zeer voornaam gedeelte der Beweegkunde uitmaakt; en de eenigste grondslag der gantsche Boschschietery, of van het werpen van Bomben is, ten eenemaale op de eigenschappen van de Parabola? men behoeft maar als ter loops, en met een vlugtig oog, de voortreffelyke Werken der beroemdste Natuur- en Wiskundigen, als van HUYGENS, NEWTON, DE BERNOUILI's, 's GRAVEZANDE, MUSSCHENBROEK, EULER, D'ALEMBERT en zeer veele anderen te doorwandelen; om overtuigd te zyn, dat men, zonder de kennis der voornaamste eigenschappen van de Parabola en Hyperbola, naauwelyks eenige gegronde kennis kan hebben; noch van de kragten van vry bewoogene Lichaamen; noch van de tegenstanden of vertraagingen, die ze in hunne bewegingen, door allerlei soort van middenstoffen ontmoeten: noch van de kragten die de vloeistoffen oeffenen, het zy ze rustende zyn, en door hun gewigt tegens de bodems of wanden drukken, die hen tegen houden: het zy ze in beweging zyn, en daar door met ingelyfde kragten tegens andere Lichaamen bewoogen worden; die hun zomtyds tot onbeweeg-

weegbaare hinderpaalen verftrekken; en zomtyds mede in beweeging gebragt worden; en tot onwaardeerbaar nut voor het menfchelyk geflagt verftrekken: waar van, behalven onnoemelyk veele andere werktuigen, die door de beweeging van water of wind gedreeven worden, vooral de menigvuldige Molenwerken, overheerlyke voorbeelden uitleveren. Ik zwyge van zeer veele gevallen en omftandigheden, die in de Bouwkunde, zo wel in de Burgerlyke en Krygsbouwkunde, als in de Scheepsbouw, dikwils voorkomen; daar de kennis der Kegelfneeden niet zelden van een uitftekend nut in is.

Dewyle nu de toepafing der Kegelfneeden op de Natuurkunde van oneindig grooter en weezentlyker nut is, dan derzelver gebruik in de befchryving der Meetkundige plaatzen; is de kennis der Kegelfneeden daar door ook van zo veel te grooter waarde geworden, zo wel voor de Wiskunften naaren zelve, als voor hun die de geheimen der Natuur, en derzelver wetten van werking en beweeging nafpooren. Om deeze reedenen hebben de laateren en hedendaagfche Wiskunften naars nuttiger geoordeeld, de toepafing der zuivere Wiskunde op de gemengde Wiskunde, en Natuurkundige wetenfchappen, uit te breiden; dan wel de menigvuldige reeds bekende eigenfchappen der Meetkundige figuren, met meerdere uitvindingen te ver-

ryken. Zy bemerkten dat de eigenschappen der Kegelfneedden, die APOLLONIUS en anderen reeds ontdekt en beschreeven hadden, niet alle even noodzaakelyk waren. Dit heeft veelen aangespoord, om uit dezelve alle zodanige eigenschappen, die op de overige deelen der Wis- en Natuurkunde den grootsten invloed hebben, uit te kippen; en op zig zelven afzonderlyk, uit haare eigene Grondbeginzelen, te bewyzen; waar uit een aanzienlyke menigte van verschillende zamenstelzels over de Kegelfneedden, in allerlei taalen, gebooren zyn: welker getal zo groot is, dat de optelling daar van al een geheele lyst zoude uitleveren. Ik zal my daarom vergenoegen, met aan te merken, dat onder de eerste Schriften, die met dit oogmerk, en met een zeer goed gevolg, zyn zamengesteld; doorgaans gerekend worden, (als meest bekend zynde,) de Werken over de Kegelfneedden van de beroemde Wiskunstenaren GREGORIUS de St. VINCENT, de LA HIRE en L'HÔPITAL. Schoon de zamenstelzels van verscheide anderen, die dit zelfde voetspoor gevolgd zyn, geen minder lof verdienen.

Men zal ophouden zig te verwonderen, dat de smaak der Wiskunde, by onze Nederlanders, die alleen Nederduitsche boeken leezen, hedendaags nog zo ouderwets is: en dat de Voorraad van Werken, die in onze Moedertaal over de Kegelfneedden geschreeven zyn, zo gering is: als men aanmerkt dat

zee-

zeedert zestig jaaren in onze taal, myns weetens, naauwelyks drie kleine Werkjes (a) over eenig gedeelte der zuivere Wiskunde geschreeven zyn: die tot handleiding voor eerstbeginnenden verfstrekken kunnen. Veel min dat 'er in al dien tyd iemand onzer Landsgenooten eene handleiding over de Kegelfneeden heeft uitgegeeven. Wy hebben echter nog het uitmuntend fraai, maar zeer beknopt, Werkje over de Kegelfneeden; dat onze vermaarde GERARD KINKHUIZEN, wiens Algebraïsche schriften van den grooten NEWTON boven alle anderen geschat werden, in den jaare 1666 uitgegeeven, en volgens de Analysis behandeld heeft. Op dezelfde wyze heeft ook onze beroemde Wiskunstenaar A. DE GRAAF zyne Grondbeginzelen der Kegelfneeden behandeld: welke mede ongemeen kort, en nog in aller handen zyn. Maar veel breedvoeriger heeft hy te werk gegaan, in zyne Analysis over het gebruik der Kegelfneeden; in het vinden der Meetkundige Plaatzen, tot oplossing der vergelykingen van de tweede, derde en hoogere magten. Welk Werkje, voor de laatste maal, in 1706

(a) Naamelyk de Euclides van COETS, door LABORUS. Een kleine verhandeling over de Driehoeksmeeting, door den Heer PRAALDER: welke beide redelyk onderwets zyn. En dan het doorwrochte Werkje van den Heer LULOFS, over de Wynroeykunde, dat eigentlyk meest tot de gemengde Wiskunde behoort.

1706, door den Autheur zelve, is uitgegeeven. Andere onzer Landsgenoten, welker verhandelingen over de Kegelsneeden nog beknopter zyn, en doorgaans maar deeze of geene byzondere eigenschappen van dezelve beschreeven hebben, gaan ik met stilzwygen verby. Dit kan ik evenwel niet doen van den beroemden FRANCISCUS VAN SCHOOTEN: wiens Mathematische Oeffeningen, in het midden der verleden Eeuw in onze Moedertaal uitgegeeven, nog voor handen zyn; en welke veele uitmuntende verhandelingen over allerlei Reeken- en Meetkundige onderwerpen, en ontbindingen van Meetkundige werkstukken bevatten; en boven dien de beschryving der vlakke Plaatzen van *Apollonius Pergæus*; die verloren geraakt waren, en door *van Schooten* wederom hersteld zyn: gelyk ook nog eene verhandeling over menigvuldige verschillende wyzen, op welke, door eene regelmatige beweging, al de Kegelsneeden werktuigelyk op een plat vlak beschreeven kunnen worden: waar over nog niemand in zyn tyd geschreeven had; en tot eene aanmerkelyke vermeerdering en verbetering der wetenschap van de Kegelsneeden verstrekt heeft.

Wy kunnen nog, onder de Werken, die wy in onze taale over de Kegelsneeden hebben, reekenen, de overzettingen van WOLF en van MAUDUIT; dog die beide, myns bedunkens, om tot een

een handleiding te verftrekken, vooral voor eerstbeginners, gantsch geen fterke aanpryizing verdienen. Eensdeels, om dat ze de eigenschappen van alle drie de Kegelfneden door elkander verhandelen; het welke by eerstbeginners zelden nalaat verwarring te veroorzaaken: en ten anderen, om dat ze alles alleen maar op de Analytische wyze hebben behandeld: welke handelwyze eerstbeginners meest al zeer moeiljk valt: en het altyd van veel meer vrugt is, vooraf de hoofdeigenschappen Synthetisch te bewyzen, en tot een grondflag te leggen. Het is daarom dat dit Werkje van mynen zeer Beroemden Leermeeſter, den Hooggeleerden Heer YPEY, ongemeen wel gefchikt is, om voor eerstbeginners tot eene handleiding te kunnen verftrekken. Het zelve beſtaat uit drie Hoofddeelen. Waar van het eerſte, in vyf Voorſtellen ſlegts, alle de voornaamſte Hoofdeigenschappen van de Parabola, zo wel op derzelver Middellynen als op de As, bevat. Het tweede Hoofddeel bevat alle de Hoofdeigenschappen van de Ellips, niet alleen die plaats hebben tuſſchen de Abſciſſen en Ordinaten van de beide Aſen; maar ook tuſſchen de Abſciſſen en Ordinaten van de elkander toegevoegde Middellynen: en daar benevens nog de overeenkomsten van de Abſciſſen der Aſen en Middellynen met derzelver verlengdens tot de Tangenten: welke op het be-

wys

wys van veele andere eigenschappen, van de Hyperbola zo wel als van de Ellips, zeer grooten invloed hebben, en van een zeer nuttig gebruik zyn. Het derde Hoofddeel handelt alleen van de Hyperbola. Deeze kromme Lyn heeft, behalven haare Asfen en Middellynen, met derzelver Abfcisen en Ordinaten, ook nog veele fraaije en zeer byzondere eigenschappen op haare Asymptoten, of altyd naderende misloopers: alle de Hoofdeigenschappen daar van, gelyk mede van de Abfcisen en Ordinaten der Asfen en Middellynen, zyn in de Voorstellen van dit Derde Hoofddeel vervat.

Uit de korte schets, die ik van dit klein, maar zeer nuttig Werkje, gegeven heb, ziet men; dat in hetzelfde de eigenschappen van elke sneede des Kegels afzonderlyk verhandeld zyn. Waar door men buiten schoot is, om dezelve onder elkander te verwarren. Behalven het laatste Voorstel van elk Hoofddeel; waar in de Hooggeleerde Schryver heeft willen aantoonen, hoe men de Algebra op de Kegelsneden kan toepassen, om uit de beweezene eigenschappen, op eene Analytische wyze, de overigen af te leiden; zyn alle de Voorstellen op eene Synthetische wyze behandeld. En alleen op de Meetkundige Voorstellen, die in myne Grondbeginzelen der Meetkunst beweezen zyn, berustende; zyn ze, naar den trant der zuivere Meetkunst, uit deeze Grondbeginzelen volledig be-

beweezen. Ik vind my daarom verplicht den Leezer te onderrichten, dat de Propositiën, die in de Demonstratiën worden aangehaald, en behalven haar eigen getal, ook nog het getal van het Boek of B. by zig hebben, alle uit myne Grondbeginzelen der Meetkunst genomen zyn.

Dog het geene boven al dit Werkje moet aanpryzen, is de klaarheid en duidelykheid, waar mede alle de Propositien zyn voorgesteld: en de byzondere schryftrant, die in de schikking of plaatsing der deelen van de Demonstratiën, met de grootste naauwkeurigheid is in acht genomen; en ongemeen veel gemak in het naleezen en verstaan der Demonstratiën te wege brengt. Een schryftrant, die wel iet of wat van zommigen is in acht genomen, dog van niemand op verre na met zo veel netheid en naauwkeurigheid, als van mynen Hooggeleerden Leermeester. Naar wiens voorbeeld ik ook dien zelfden schryftrant, in myne Grondbeginzelen der Meetkunst niet alleen; maar ook daar zulks van dienst konde zyn, in myne Grondbeginzelen der Stuurmanskunst heb waargenomen.

Eer ik deeze Voorreeden eindige, moet ik den Leezer nog onderrichten; dat ik, op zeer vriendelyk verzoek van mynen beroemden Meester zelve, de eer heb onze Landgenooten de Uitgave van dit Werkje te bezorgen: aan welk verzoek ik met het grootste vermaak voldoen; om dat het
my

my altyd tot een byzonder genoegen verftrekt, met dankbaarheid de verplichting, die ik, als een Rechtschaapen Leerling, aan mynen allergeachtften Leermeeſter verſchuldigd ben, te erkennen. Gelyk ik ook, op uitdrukkelijk verzoek van denzelven, hier byvoege: dat zyne Hooggeleerde in dit Werkje op veele plaatzen gebruik gemaakt heeft, van het Onderwys van Wylen den Heere WILLEM LORRE': eertyds Extraordinarius Profesſor der Wiſkunde aan 's Lands Hooge School te Franeker. Een Man, aan wien, wegens zyne groote Kundigheden, en uitmuntende Deugden, de Hooggeleerde Heer YPEY belydt, nimmer dan met de grootſte eerbied te gedenken.

Voor het overige verzoek ik den Leezer, om de miſſlagen, die miſſchien hier en daar tegens de Taal mogten begaan zyn, goedgunſtiglyk over het hoofd te zien; alzo men daar op minder is bedagt geweest, dan wel op de duidelykheid der uitdrukkingen, en naauwkeurigheid in den ſchryftrant: die in Werken van dien aart als dit, veel meer tot gemak van de Leezers bybrengen, dan fraaiheid van taal en ſtyl.

GROND.



GRONDBEGINZELEN DER KEGELSNEEDEN.

EERSTE HOOFDDEEL.

VAN DE

PARABOLA.

I. DEFINITIE.

§ 1. **A**ls een Conus of Kegel ABC , (*Tab. I. Fig. 1.*) van een vlak EMF , evenwydig aan een der zyden, by voorbeeld AC , wordt doorgesneden; dan wordt dit vlak, door de kromme lyn $EKMHF$ omvat, een Parabola of Brandsneede genaamd: welkers hoofdeigenschap op de volgende wyze ontdekt wordt.

§ 2. De Conus ACB door een Cirkel $IPGQ$ evenwydig aan de Basis of Grondzyde $AEBF$ gesneden zynde, die de kromme lyn ontmoet in de punten H en K ; zo, dat de regte KLH de gemeene sneed dezes Cirkels met de Parabola is; de regte EDF de doorsneed der Parabola met de Basis; en de regte DM die van de Parabola met den driehoek ABC , welke

A

door

door het toppunt C van de Conus, door de As, en door de middellyn A B van de Basis gaande, regthoekig op de Basis staat; 2 *Def.* 10 B. en te gelyk de evenwydige I P G Q regthoekig, volgens deszelfs middellyn I G, snydt, 15 *Prop.* 9 B.: zullen de lynen M D, H K en E F zig in het zelfde vlak met de kromme E K M H F, die de omtrek der Parabola is, bevinden; weshalven K H evenwydig aan E F, en I G evenwydig met A B is, 15 *Prop.* 9 B.: en om dat het vlak E F H M K evenwydig aan A C is, *uit de onderstelling*; dat is, evenwydig aan het vlak, dat door de regte A C gaande, het vlak van de Basis in een regte lyn snydt, die de Tangens van de Basis in het punt A is, en gevolgelyk regte hoeken met de middellyn A B der Basis maakt; 9 *Prop.* 3 B., is E F ook evenwydig met deeze Tangens: 15 *Prop.* 9 B.: en om gelyke reedenen K H evenwydig met de Tangens van het punt I van den Cirkel I K G H; gevolgelyk wordt E F van de middellyn A B regthoekig doorgesneeden; 12 *Prop.* 1 B.: terwyle om gelyke reedenen K H de middellyn I G regthoekig doorsnydt; weshalven E D = D F is, en K L = L H; 1 *Prop.* 3 B., als mede de boog E B = de boog B F, en de boog K G = de boog H G. 17 *Prop.* 3 B. Voorts de $\angle A D E = \angle E D B = L$ zynde, *uit het beweezene*, staat E D perpendicular op de doorsneed der vlakken A E B F en A B C, die elkanderen regthoekig snyden; en daarom E D perpendicular op het vlak A B C, *Aanm. der* 12 *Def.* 9 B. en deszelfs evenwydige K L ook perpendicular op A B C, 8 *Prop.* 9 B.: derhalven zyn de hoeken M L K, M L H, M D E en M D F alle regte hoeken; zo dat M D al de Parallelen K H, E F enz. regthoec-

hoekig midden door deelt, terwyle MD zelve evenwydig met AC is. *volgens de 15 Prop. 9 B.*

Voorts is ML, MD :: LG, DB. 4 Prop. 6 Boek.

en IL = AD. 23 Prop. 1 B.

derhalven ML, MD :: LG × IL, DB × AD. 10 Pr. 5 B.

dat is ML, MD :: LHq, DFq. 23 Pr. 3 B.

Het welke de eerste en voornaamste eigenschap van de Parabola is.

II. DEFINITIE.

§ 3. De lyn MD, die de Parabola in twee gelyke deelen deelt, wordt de As genaamd; M het Toppunt; dog de stukken van de As ML, MD noemt men de Abscissen; de regthoekige lynen EF, HK de Applicaten; de helften van dezelve, als ED, DF; KL, LH de halve Applicaten.

Dewyle nu ML, MD :: LHq, DFq is, *volgens het beweezene*, heeft men voor de Hoofdeigenschap der Parabola deeze overeenkomst.

Dat de Abscissen van de As tot elkander zyn, als de Quadraaten van derzelve halve Applicaten.

EERSTE PROPOSITIE.

§ 4. Om cene Parabola door punten te beschryven.

O P L O S S I N G.

Trekt (Tab. 1. Fig. 2.) de beide onbepaalde regte lynen ML, LN; makende een regten hoek MLN met elkanderen; neemt in LN, naar goedvinden, L'A = AF; en trekt, uit A, de regte AP evenwydig

A 2

aan

aan LM; en voorts uit de punten H en I, naar welgevallen in LM genomen, de lynen HZ en IX evenwydig aan LN; als mede uit F, de regte lynen HF en IF; welke AP snyden in G en K; dan uit deeze punten G en K perpendiculaaren, op de laatstgemelde HF en IF, opgeregt hebbende, die HZ en IX snyden in B en C, zullen dit punten van de Parabola zyn; welkers As de lyn AN is.

D E M O N S T R A T I E.

Trekt FB en FC; en laaten uit B en C, regthoekig op LN, getrokken worden de lynen BE, CD; dan is $LA = AF$ uit de Constr. derhalven $FG = HG$ en $FK = KI$ 2 Prop. 6 B.; $FB = HB$ en $FC = IC$ 3 Prop. 1 B.: insgelyks $AG = \frac{1}{2} LH = \frac{1}{2} AQ = GQ$ 4 Prop. 6 B., $AQ = BE$ 23 Prop. 1 B. en $AK = \frac{1}{2} LI = \frac{1}{2} AR = KR$ 4 Prop. 6 B. gevolgelyk $AT = BQ = AE$ 3 Prop. 1 B.

Voorts is $AGq = AF \times AT$ 8 Prop. 6 B.

en $4AGq = 4AF \times AE$ uit het bewez. en Ax. 7.

dat is $BEq = 4AF \times AE$ 4 Pr. 2 B. ook blykt, dat $CDq = 4AF \times AD$ is, op gelyke wyze.

bygev. is $4AF \times AD, 4AF \times AE :: CDq, BEq$ 20 Def. 5 B.

en $AD, AE :: CDq, BEq$ 12 Prop. 5 B.

Derhalven B en C punten van een Parabola, waar van AN de As; AE, AD Abscisfen, en BE en CD halve Applicaten zyn, volgens de 2de Definitie.

Dat te Bewyzen was.

III. DEFINITIE.

§ 5. Het punt F wordt het Brandpunt genoemd; en $4AF$, dat is, viermaal de afstand van het Toppunt tot aan het Brandpunt, heeft den naam van Parameter; welke in het volgende doorgaans alleen maar door de letter P wordt aangeduid. Gevolgelyk heeft men, dewyle $BEq = AE \times 4AF$ is, door de 1^{ste} Prop.

$$BEq = AE \times P$$

$$\text{gelyk ook } CDq = AD \times P$$

Dat is, het vierkant van een halve Applicate is altyd gelyk aan den regthoek van haar Abscisse en Parameter.

I. GEVOLG.

§ 6. Als uit een punt h , (*Tab. 1. Fig. 3.*) naar welgevallen boven of beneden het punt H in de regte LM genomen, een perpendiculaar op LM getrokken wordt; die, de Parabola in b ontmoetende, de regte GB of derzelver verlengde snydt in S ; en men dan de regte SF en SH trekt: is $SF = SH$ 3 Prop. 1 B.

$$SH > \text{dan } hS \text{ 32 Prop. 1 B.}$$

derhalven ook $SF > \text{dan } hS$ 2 Ax. 1 B. welke gelyk zouden moeten zyn, als S een punt van de Parabola was, volgens het beweezene; derhalven kan geen ander punt dan B , van de regte GB , aan de kromme komen; waar uit volgt, dat het punt S , in beide de gevallen, zo boven als beneden B , buiten de kromme is; en dus dat GB , of TB , nergens anders dan alleen in het punt B aan de Parabola komt, en daarom een Tangens van de Parabola is; raakende dezelve in het punt B . Het gedeelte ET der As , dat tusfchen de

Tangens en halve Applicate van het punt B vervat is, heeft de naam van Subtangens: en dewyle $AT = AE$ is, uit de voorige Propositie, heeft men dat de Subtangens TE het dubbelde van de Abfcisse AE is.

II. G E V O L G.

§ 7. Om dat (*Tab. 1. Fig. 2.*) $BG = GT$ is door de 2^{de} Propositie 6 B. en FG regthoekig staat op TB , volgens de Constructie, zo is $FB = FT$. 3 Prop. 1 B.

III. G E V O L G.

§ 8. (*Tab. 1. Fig. 3.*) BY regthoekig op BT getrokken hebbende, en $TG = GB$ uit het voorgaande zynde, volgt, dat $2 TF = TY$ is. 2 Prop. 6 B.

$$2 AT = ET. \quad 1 \text{ Gevolg}$$

$$\text{derhalven } 2 AF = EY. \quad 4 \text{ Ax. 1 B.}$$

Dat is, de Subnormaal (EY), van eenig punt (B) van een Parabola, is een standvastige grootheid; en altyd gelyk aan de halve Parameter P van de As.

IV. G E V O L G.

§ 9. De regte HB tot in Z , en GB tot in U verlengt zynde; is de $\angle HBG = \angle GBF$. 3 Prop. 1 B.

$$\text{en de } \angle HBG = \angle UBZ. \quad 2 \text{ Prop. 1 B.}$$

$$\text{derhalven } \angle UBZ = \angle GBF. \quad 1 \text{ Ax. 1 B.}$$

V. G E V O L G.

§ 10. Als (*Tab. 1. Fig. 4.*) FC de halve Ordinate van het Brandpunt F is, heeft men

$4AF \times AF = FCq$. 3^{de} Definitie.

derh. $4AFq = FLq = FCq$. door de Constr. der 1^e, en 4^{Pr.} 2^{B.}

en $2AF = FL = FC = \frac{1}{2} P$.

waar uit volgt, dat de halve Applicate, die uit het Brandpunt getrokken wordt, gelyk is aan de halve Parameter P .

IV. D E F I N I T I E.

§ 11. Een lyn BZ evenwydig aan de As AN , wordt een middellyn van het punt B genaamd.

II. P R O P O S I T I E.

§ 12. Indien (*Tab. 1. Fig. 5.*) een lyn HC , evenwydig aan de Tangens TB van het punt B ; wordt getrokken; snydende de Parabola in V , en in C ; zal de lyn CV , door de middellyn BZ , in twee gelyke deelen worden gedeeld. Dat is, $VL = LC$.

D E M O N S T R A T I E.

Laaten getrokken zyn de halve Applicaten CD , BE en VM , en laat het verlengde van deeze laatste de verlengde middellyn ZB ontmoeten in S ; voorts uit het toppunt A , evenwydig aan de halve Applicaten, worden getrokken de lyn AQ .

dan is $BEq, MVq :: AE, AM$. volgens § 2.

$AE, AM :: \square AB, \square AS$. 1^{Pr.} 6^{B.}

derhalv. $BEq, MVq :: \square AB, \square AS$. 11^{Pr.} 5^{B.}

maar

maar $\overline{BEq, MVq} :: \overline{\Delta TBE, \Delta HMV}$. 14 *Pr. 6 B.* ge-
 volgelyk $\overline{\Delta TBE, \Delta HMV} :: \overline{\square AB, \square AS}$. 11 *Pr. 5 B.*
 en de $\overline{\Delta TBE}$ is $= \square AB$. § 6 en 29 *Pr. 1 B.*
 derh. de $\overline{\Delta HMV} = \square AS$. 20 *Def. 5 B.* op gel. wyze blykt,
 dat de $\overline{\Delta HCD} = \square AN$ is, en door aftrekking
 heeft men $\overline{\Delta HCD - \Delta HMV} = \square AN - \square AS$. 4 *Ax. 1 B.*
 dat is, $\overline{MVCD} = \square MN$. dan van beiden
 het stuk $\overline{MVLND} = \overline{MVLND}$ wegneemende
 zo is de $\overline{\Delta VSL} = \overline{\Delta LCN}$. 4 *Ax. 1 B.*

Edog deeze beide driehoeken regthoekig zynde, en
 $\angle SLV = \angle CLN$, 2 *Prop. 1 B.*; zullen dezelve ook
 gelykvormig zyn. 4 *Prop. 6 B.*

bygevolg $\overline{\Delta VSL, \Delta LCN} :: \overline{VLq, LCq}$. 14 *Pr. 6 B.*
 maar de $\overline{\Delta VSL} = \overline{\Delta LCN}$. uit het beweezene.

derhalven $\overline{VLq} = \overline{LCq}$. 20 *Def. 5 B.*
 en $\overline{VL} = \overline{LC}$.

Dat te Bewyzen was.

G E V O L G.

§ 13. $\overline{\Delta GQB} = \overline{\Delta AGT} = \overline{TGKH} + \overline{\Delta AKH}$. § 6. 9 *Ax.*
 voorts $\overline{GBLK} = \overline{GBLK}$

bygevolg $\overline{\Delta KLQ} = \square HB + \overline{\Delta AKH}$. 3 *Ax. 1 B.*

maar $\overline{QKSV} = \overline{\Delta AKH}$. uit 't bew. 4 *Ax.*

is derhalv. $\overline{SVL} = \square HB$. 4 *Ax. 1 B.*

V. DEFINITIE.

§ 14. De lynen CD, GF, (*Tab. 1. Fig. 6.*) die
 evenwydig aan de Tangens TU van het punt B, in
 de Parabola getrokken worden, noemt men Applicaten;
 en de stukken BK, BL worden Abscisen van de mid-
 dellyn BZ genaamd.

III. PRO.

III. PROPOSITIE.

§ 15. De Abfcifen van een middel lyn zyn tot el-
kander als de Quadraaten van haare halve Applicaten.

Dat is, $BK, BL :: KCq, LGq$.

DEMONSTRATIE.

CI en GH regthoekig op de verlengde middel lyn
BZ getrokken zynde,

heeft men $\triangle ICK, \triangle HGL :: CKq, GLq$. 14 Pr. 6 B.

ofte $\square BM, \square BN :: CKq, GLq$. § 13.

maar $\square BM, \square BN :: BK, BL$. 1 Pr. 6 B. 1 Gev.

bygevolg $BK, BL :: CKq, GLq$. 11 Pr. 5 B.

Dat te Bewyzen was.

IV. PROPOSITIE.

§ 16. Indien BM, (Tab. 1. Fig. 7.) een Applicate
is van de As AK, en BT Tangens van het punt B;
voorts DL evenwydig aan de As wordt getrokken;
zo is $BLq = DF \times P$.

DEMONSTRATIE.

$DF, AT :: BDq, BTq$. § 15 en 23 Pr. 1 B.

maar $BLq, BCq :: BDq, BTq$. 4 Pr. 6 B. en 18 Pr. 5 B.

derh. $DF, \underline{AT} :: BLq, \underline{BCq}$. 11 Prop. 5 B.

ofte $DF, AC :: BLq, AC \times P$. § 5 en § 6.

derh. $DF, 1 :: BLq, P$. 12 Prop. 5 B.

en daarom $BLq = DF \times P$. 6 Prop. 5 B.

Dat te Bewyzen was.

G E V O L G.

§ 17. $BLq, BCq :: DF, AT$. uit de voorige Prop.
 maar $BC, BL :: 2AC, DL$. §. 6. en 4 Prop. 6 B.
 derhalv. $BL, 2BC :: DF, DL$. § 6. en 19 en 12 Pr. 5 B.
 en $BL, BM - BL :: DF, DL - DF$. 14 Pr. 5 B.
 ofte $BL, LM :: DF, FL$.

B Y V O E G Z E L.

§ 18. Indien (*Tab. 1. Fig. 2.*) $AE = x, BE = y$, zo
 is $px = y^2$: het welke de equatie op de Parabola van
 Apollonius is.

V. P R O P O S I T I E.

§ 19. Indien (*Tab. 1. Fig. 8.*) HN een Applicate
 is van de middellyn MZ, en ND de Tangens van het
 punct N; dan is $SM = MF$.

D E M O N S T R A T I E.

Trekt de halve Applicaten NQ, MP, HL; noemt
 $AP = AT = x, MF = OT = v; FG = IQ = IL = t$,
 dan is $OI = TP = 2x; OA = x - v; AQ = x +$
 $v + t = AD; DO = 2v + t; OQ = 2x + t$.

Maar $OIq, IFq :: OQq, QNq$. 4 Pr. 6 B. en 18 Pr. 5 B.
 ofte $4xx, px :: (2x + t)^2, p(x + v + t)$.

derh. $4x, 1 :: (2x + t)^2, x + v + t$. 12 Pr. 5 B.

ofte $4xx + 4tx + tt = 4xx + 4tx + 4vx$. 6 Pr. 5 B.

derhalven $tt = 4vx = FGq$.

En $FG = t = 2\sqrt{vx}$.

En $OIq, IFq :: OQq, QNq :: FGq, GNq$.
 ofte $4xx, px :: 4vx, GNq = pv$.

Voorts

Voorts $NFq = FGq + GNq$. 32 Prop. 1 B.

[ofte $NFq = 4vx + pv = (4x + p)v$. Waar uit volgt, dat de Parameter op een middel lyn gelyk is aan $4x + p$.

Eindelyk is $OQ, DO :: FG, SF$. 4 Pr. 6 B. en 11 Pr. 5 B.

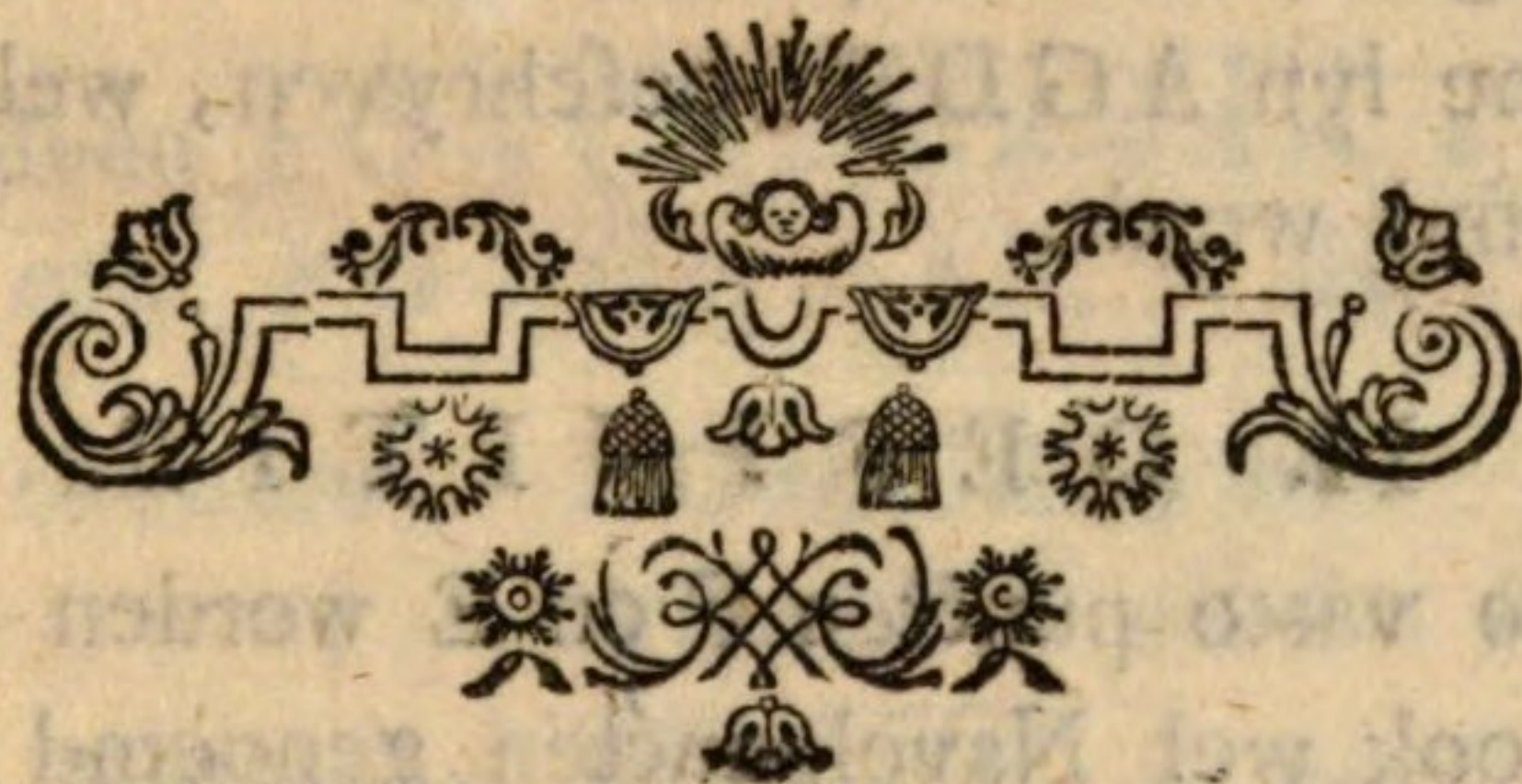
$$2x + t, 2v + t :: 2\sqrt{vx}, SF.$$

$$\text{of } 2x + 2\sqrt{vx}, 2v + 2\sqrt{vx} :: 2\sqrt{vx}, SF$$

$$x + \sqrt{vx}, v + \sqrt{vx} :: 2\sqrt{vx}, SF.$$

$$\text{Derh. } SF = \frac{2(vx + v\sqrt{vx})}{x + \sqrt{vx}} = 2v = 2MF.$$

Dat te bewyzen was.





TWEEDE HOOFDDEEL.

V A N D E

E L L I P S.

I. DEFINITIE.

§ 20. **A**ls een draad FGE, (*Tab. 2. Fig. 1.*) welker beide einden F en E vastgemaakt zyn in de punten F en E, maar langer dan de afstand deezer beide punten FE zynde, door eenig ander punt G gespannen rondom de voorzeide punten F en E wordt rond bewogen; zal het punt G, dat de draad spant, een kromme lyn AGDBI beschryven, welke een Ellips genoemd wordt.

II. DEFINITIE.

§ 21. De vaste punten F en E worden de Brandpunten, ook wel Navelpunten genoemd: de regte AB, welke, door beiden loopende, zig ter wederzyden in de kromme bepaald, noemt men de groote As: het punt C, het midden van AB zynde, is het middelpunt: en de regte DI, welke, door C regthoekig door de groote As AB gaande, ter wederzyden aan de kromme komt, heeft de naam van kleine As.

G E V O L G.

§. 22. Dewyl de draad van dezelfde lengte, en onder de beweeging gespannen blyft; moct de som der beide lynen, welke uit de Brandpunten tot het zelfde
punt

punct van den omtrek worden getrokken, overal dezelfde zyn; zodanig dat $FG + GE = FD + DE = EA + AF = FB + BE$ is.

I. PROPOSITIE.

§ 23. De lengte van den draad FGE is gelyk aan de groote As AB; en de regte lynen FD, DE zyn gelyk aan malkanderen.

DEMONSTRATIE.

$$AF + EA = BF + BE. \text{ § 22.}$$

$$\text{en } EF = EF.$$

$$\text{derhalven } AF + AF = BE + BE. \text{ 4 Ax.}$$

$$\text{ofte } AF = BE. \text{ 8 Ax.}$$

$$\text{maar } FG + GE = AF + AE. \text{ § 22.}$$

$$\text{en } BE = AF. \text{ uit het beweezene.}$$

$$\text{derhalven } FG + GE = BE + AE. \text{ 1 Ax.}$$

$$\text{ofte } FG + GE = AB. \text{ 9 Ax.}$$

$$\text{Ten tweeden, } AC = CB. \text{ § 21.}$$

$$AF = BE. \text{ uit het beweezene.}$$

$$\text{derhalven } FC = CE. \text{ 4 Ax.}$$

$$\text{maar } CD = CD.$$

$$\angle FCD = \angle ECD. \text{ § 21.}$$

$$\text{derhalven } FD = DE. \text{ 3 Prop. 1 Boek.}$$

Dat te bewyzen was.

GEVOLG.

$$\begin{array}{l} \text{§ 24. Overmits } FD + DE = AB. \\ \text{cn } DE = FD. \end{array} \left. \vphantom{\begin{array}{l} FD + DE = AB \\ DE = FD \end{array}} \right\} \text{ uit het beweezene.}$$

$$\text{zo volgt dat } 2FD = 2DE = AB \text{ is. 1 Ax.}$$

$$\text{en daarom } FD = DE = AC = CB.$$

II. PROPOSITIE.

§ 25. De regthoeken der deelen , in welke de groote As door elk der Brandpunten gedeeld wordt, zyn gelyk aan het Quadraat van de halve kleine As.

Dat is, $AF \times FB = DCq = AE \times EB$,

DEMONSTRATIE.

$AF \times FB + FCq = ACq$. 5 Prop. 2 Boek; en door § 24 en 32 Prop. 1 B. is $ACq = FDq = FCq + CDq$.

derhalven $AF \times FB + FCq = FCq + CDq$. 1 Ax.

ofte $AF \times FB = CDq$. 4 Ax.

Dat te bewyzen was.

III. PROPOSITIE.

§. 26. Indien (*Tab. 2. Fig. 2.*) met de Radius EG, uit het middelpunt G, een Cirkel wordt beschreeven; die de verlengde FG snydt in M, maar de groote As in Z; en als daar na $FT = TM$ gemaakt wordt, en GP regthoekig op AB; dan is

$$AC \times TG = EC \times CP.$$

DEMONSTRATIE.

Ten eersten is $FT = TM$. door de Constructie.

$$TM = TG + GM. 9 Ax.$$

derhalven $FT = TG + GM$. 1 Ax.

maar $TR + TG = GR = GM$. 9 Ax. en 10 Def. 1 B.

derhalven $FT = TG + TR + TG$. 1 Ax.

$$\text{en } RT = TR.$$

derhalven $FR = 2TG$. 4 Ax.

Ten

Ten 2^{den}, $FZ + ZE = 2EC = 2CP + 2PE$. § 23 en 7. *Pr.* 9 *Ax.*

maar $ZE = 2PE$. 1 *Prop.* 3 *Boek.*

derhalven $FZ = 2CP$. 4 *Ax.*

Ten 3^{den}, $MF \times FR = EF \times FZ$. 24 *Prop.* 3 *Boek.*

ofte $AB \times 2TG = EF \times 2CP$. § 23. en *Constr.*

ofte $2AC \times 2TG = 2EC \times 2CP$. § 21.

derhalven $AC \times TG = EC \times CP$. 8 *Ax.*

Dat te bewyzen was.

III. DEFINITIE.

§ 27. Een regte lyn GP, regthoekig op de As AB getrokken, wordt eene halve Applicate of halve Ordinate genoemd.

IV. PROPOSITIE.

§ 28. Ieder regthoek der deelen op de groote As, is tot het Quadraat van haare halve Applicate, als het Quadraat van de halve groote As, tot het Quadraat van de halve kleine As: Dat is (*Tab. 2. Fig. 3.*) $AP \times PB$, $PGq :: ACq$, CDq .

DEMONSTRATIE.

$AC \times TG = EC \times CP$. § 26.

derhalven $AC, EC :: CP, TG$. 8 *Prop.* 5 *B.*

en daarom $AC, AC + EC :: CP, CP + TG$. 13 *Prop.* 5 *B.*

$AC, AC - CP :: AC + EC, AC + EC - CP - TG$. 15 *Pr.* 5 *B.*

ofte $AC, PB :: AE, TM - TG + EC - CP$. § 24. en *Constr.*

ofte $AC, PB :: AE, GM + PE$. 9 *Ax.*

Bygevolg zo uit E als middelpunt, met de Radius PE, een Cirkel wordt beschreeven, die de verlengde

de GE snydt in I ; dan is $GM + EP = GE + EI = GI$. 10 *Def. 1 B.*

en daarom $AC, BP :: AE, GI$. *uit het beweezene.*

maar $AC, EC :: CP, TG$. *is beweezen.*

daarom ook $AC, AC - EC :: CP, CP - TG$. 14 *Pr. 5 B.*
 insgelyks $AC, AC + CP :: AC - CE, AC - CE + CP - TG$. 15 *Prop. 5 B.*

$AC, AP :: BE, TM - TG - EC + CP$. § 24. *en Constr.*
 derhalven $AC, AP :: BE, GM - PE$.

ofte $AC, AP :: BE, GH$. 10 *Def. 1 Boek.*

en $AC, PB :: AE, GI$. *uit het beweezene.*

derh. $ACq, AP \times PB :: AE \times EB, IG \times GH$. 17 *Pr. 5 B.*

ofte $ACq, AP \times PB :: CDq, PGq$. § 25. *en 24 Pr. 3 B.*

ofte $AP \times PB, PGq :: ACq, CDq$. 8 *Prop. 5 B.*

Dat te bewyzen was.

I. G E V O L G.

§ 29. Indien een andere halve Applicate SL op de $As AB$ wordt getrokken, heeft men op gelyke wyze

$AL \times LB, LSq :: ACq, CDq$.

en $AP \times PB, PGq :: ACq, CDq$. *beweezen.*

derh. $AL \times LB, AP \times PB :: LSq, PGq$. 11 *Pr. 5 B.*

II. G E V O L G.

§ 30. Indien, op de kleine $As DQ$, een halve Applicate GN wordt getrokken; zal men hebben, dat de regthoek der deelen van deeze As , tot het vierkant der halve Ordinate is, als het vierkant der halve kleine As , tot het vierkant der halve groote As .

Dat is $DN \times NQ, NGq :: CDq, CBq$.

Want

Want $AP \times PB, ACq :: PGq, DCq$. § 28.
 derh. $ACq - AP \times PB, ACq :: DCq - PGq, DCq$. 14 *Pr.* 5 *B.*
 ofte $NGq, ACq :: DN \times NQ, DCq$. 5 *Pr.* 2 *B.*
 dat is, $DN \times NQ, NGq :: DCq, BCq$. § 21. en 8 *Pr.* 5 *B.*

IV. DEFINITIE.

§ 31. Een lyn, die de derde evenreedige is, aan de groote en kleine Asfen, noemt men de Parameter van de groote As.

GEVOLG.

§ 32. Als men P voor de Parameter stelt, gelyk in het volgende doorgaans gedaan zal worden; AB de groote As, en DQ de kleine zynde; zal men hebben dat $AB, DQ :: DQ, P$ is. § 31.
 gevolgelyk altyd $AB \times P = DQq$. 6 *Prop.* 5 *Boek.*

$$\text{en dus } P = \frac{DQq}{AB}.$$

V. PROPOSITIE.

§ 33. Om de Parameter van een gegeven Ellips te vinden.

OPLOSSING.

Laat, uit het einde der groote As B , (*Tab.* 2. *Fig.* 4.) eene onbepaalde regte lyn, regthoekig op AB , worden getrokken; trekt dan uit A door D , een der uiteinden van de kleine As, een regte lyn, die de voorgaande snydt in M ; en trekt eindelyk, uit dit punt M , regthoekig op AM , eene regte lyn, die de verlengde AB ontmoet in N ; dan zal BN de begeerde Parameter zyn, dat is

$$AB, DQ :: DQ, BN.$$

C

D E.

DEMONSTRATIE.

$AB, BM :: BM, BN$. 8 *Prop.* 6 *Boek.*

ofte $AB, DQ :: DQ, BN$. 4 *Prop.* 6 *Boek.*

derhalven is $BN = P$ de Parameter. § 31.

Dat te Bewyzen was.

VI. PROPOSITIE.

§ 34. In alle Ellipsen zyn de regthoeken der deelen op de groote As, tot de Quadraaten van hunne halve Applicaten, als de groote As, tot de Parameter. Zo is (*Tab.* 2. *Fig.* 3.) $AP \times PB, PGq :: AB$, de Parameter ofte P .

DEMONSTRATIE.

$AP \times PB, PGq :: ACq, CDq$. § 28.

en $AP \times PB, PGq :: 4ACq, 4CDq$. 10 *Pr.* 5 *B.*

ofte $AP \times PB, PGq :: ABq, DQq$. 4 *Pr.* 2 *B.*

maar $AB \times P = DQq$. § 31.

derh. $AP \times PB, PGq :: ABq, AB \times P$.

en bygevolg $AP \times PB, PGq :: AB, P$. 12 *Pr.* 5 *B.*

Dat te bewyzen was.

GEVOLG.

§ 35. De Parameter, van eene Ellips, is gelyk de Applicate WV , (*Tab.* 2. *Fig.* 4.) die door een der Brandpunten F wordt getrokken.

Want $ACq, CDq :: AF \times FB, FVq$. § 28.

maar $CDq = AF \times FB$. § 25.

derhalven $ACq, CDq :: CDq, FVq$.

daarom $AC, CD :: CD, FV$. 18 *Pr.* 5 *B.*

ofte $2AC, 2CD :: 2CD, 2FV$. 10 *Pr.* 5 *B.*

dat is $AB, DQ :: DQ, WV = P$. § 31.

VII. PRO.

VII. PROPOSITIE.

§ 36. Om de Tangens van een gegeven punt G in een gegeven Ellips AGB (*Tab. 2. Fig. 5.*) te vinden.

O P L O S S I N G.

Trekt uit de Brandpunten F en E , tot het gegeven punt G , de regte lynen EG en FG ; verlengt de grootste EG , en neemt in dezelve $GM = GF$; trekt FM , en uit G , door haar midden N , een lyn, die de verlengde As BA ontmoet in T ; dan zal dezze TG Tangens zyn van het punt G .

D E M O N S T R A T I E.

Indien GT geen Tangens is van het punt G , moet beweezen worden, dat dezelve, verlengd zynde, de Ellips in eenig punt boven of beneden G wederom komt te snyden; stelt zulks in S boven G te zyn, en trekt MS , ES en FS ; dan moeste, als S in den omtrek van de Ellips was,

$FS + ES = EM$ zyn. § 23. en *Constructie.*
maar $FS = MS$. 3 *Prop. 1 Boek.*

derh. zoude $MS + ES = EM$. moeten zyn *Ax. 1.*
het welke onmoogelyk is, door de 15 *Prop. 1 Boek.*
Bygevolg is S buiten de Ellips. En op gelyke wyze wordt beweezen, dat TG de Ellips ook niet beneden het punt G kan snyden; derhalven zal TG alleen maar in het punt G aan de Ellips kunnen komen, en bygevolg dezelve raaken.

Dat te bewyzen was.

G E V O L G.

§ 37. $\angle MGN = \angle NGF$. 3 *Prop.* 1 *Boek.*

en $\angle MGN = \angle EGS$. 2 *Prop.* 1 *Boek.*

derhalven $\angle EGS = \angle NGF$. 1 *Ax.*

VIII. P R O P O S I T I E.

§ 38. Indien GT (*Tab.* 2. *Fig.* 6.) Tangens van het punt G is, en GP de halve Applicate; zal de halve groote As AC midden evenredig zyn, tusfchen de afstanden der Tangens, en halve Ordinate, van het middelpunt.

Of $AC, CT :: CP, AC$.

D E M O N S T R A T I E.

Verlengt EG , en maakt $GM = GF$, $MH = HE$; en beschryft uit G , als middelpunt, met de Radius MG , een halffrond $MFQI$; en trekt FI , die evenwydig zal zyn aan GT . 12 *Prop.* 1 *Boek.*

Want de $\angle GIF = \angle NGM$. 10 en 1 *Prop.* 3 *B.*

daarom $GI, IE :: TF, FE$. 2 *Prop.* 6 *Boek.*

ofte $GM, 2GH :: TF, 2FC$. § 26.

ofte $GM, GH :: TF, FC$. 12 *Prop.* 5 *Boek.*

en $GM + GH, TF + FC :: GH, FC$. 13 *Pr.* 5 *B.*

ofte $AC, TC :: GH, FC$. § 24 en 26.

maar $CP, AC :: GH, FC$. § 26.

derhalven $AC, TC :: CP, AC$. 11 *Pr.* 5 *B.*

Dat te bewyzen was.

I. G E V O L G.

§ 39. Dewyle $AC, TC :: CP, AC$ beweezen, is door omkeering $TC, AC :: AC, CP$. 8. *Prop.* 5 *Boek.*

en gevolgelyk ook $TC \times CP = ACq$. 6 *Prop.* 5 *Boek.*

II. G E.

II. G E V O L G.

§ 40. Indien CS evenwydig aan TG wordt getrokken, zal men $GS = AC$ hebben.

Want $IE = 2 IS$. 2 Prop. 6 Boek.

$MI = 2 GI$. 11 Def. 1 Boek.

derhalven $EM = 2 GS$. 3 Ax.

ofte $AB = 2 GS$. § 23.

en $AC = GS$. § 21. en 8 Ax.

IX. P R O P O S I T I E.

§ 41. Ieder Applicate (*Tab. 2. Fig. 7.*) GQ, wordt, door de As AB, in twee gelyke deelen GP, PQ gedeeld.

D E M O N S T R A T I E.

$AP \times PB, PGq :: AB, P.$
 $AP \times PB, PQq :: AB, P.$ } § 34.

derhalven $PGq = PQq$. 11 Prop. 5 Boek.

en $PG = PQ$.

Dat te Bewyzen was.

X. P R O P O S I T I E.

§ 42. Alle halve Applicaten, die even verre van het Middelpunt staan, zyn gelyk. Dat is,

Indien $CP = CL$ is,

dan is $PG = LR$.

D E M O N S T R A T I E.

$AP \times PB, AL \times LB :: PGq, LRq$. § 29.

maar $AP \times PB = AL \times LB$. uit de onderstelling en § 21.

derhalven $PGq = LRq$. 20 Def. 5 Boek.

ofte $PG = LR$.

Dat te Bewyzen was.

V. DEFINITIE.

§ 43. Alle lynen , als GN , (*Tab. 2. Fig. 8.*) die door het Middelpunt C loopen , en in den omtrek der Ellips bepaalt worden , hebben den naam van Middellynen.

XI. PROPOSITIE.

§ 44. Alle Middellynen worden in het Middelpunt in twee gelyke deelen gedeelt. Dat is $GC = CN$.

DEMONSTRATIE.

De beide halve Applicaten GP, NL getrokken zyn-
de , is $AP \times PB, AL \times LB :: PGq, NLq$. § 29.

maar $PCq, CLq :: PGq, NLq$. 14 *Pr. 6 B.*

derhalv. $AP \times PB, AL \times LB :: PCq, CLq$. 11 *Pr. 5 B.*

en $AP \times PB + PCq, AL \times LB + CLq :: PCq, CLq$. 15 *Pr. 5 B.*

ofte $ACq, CBq :: PCq, CLq$. 5 *Pr. 2 B.*

maar $ACq = CBq$. § 21.

derhalven $PCq = CLq$. 20 *Def. 5 Boek.*

en $PC = CL$.

bygevolg $CG = CN$. 21 *Prop. 1 Boek.*

Dat te bewyzen was.

XII. PROPOSITIE.

§ 45. Indien TG (*Tab. 2. Fig. 9.*) Tangens is van het punt G , en GP een halve Applicate , dan is $TP \times PC = AP \times PB$.

D E M O N S T R A T I E.

$$ACq = AP \times PB + PCq. \text{ 5 Prop. 2 Boek.}$$

$$\text{en } ACq = TC \times CP. \text{ § 39.}$$

$$\text{derhalven } TC \times CP = AP \times PB + PCq. \text{ 1 Ax.}$$

$$\text{en } TC \times CP = TP \times PC + PCq. \text{ 3 Pr. 2 B.}$$

$$\text{derhalven } TP \times PC + PCq = AP \times PB + PCq. \text{ 1 Ax.}$$

$$\text{bygevolg } TP \times PC = AP \times PB. \text{ 4 Ax.}$$

Dat te Bewyzen was.

XIII. P R O P O S I T I E.

§ 46. Indien uit het punt A een lyn regthoekig op AB wordt getrokken, die de verlengde CG snydt in L, zo is de $\triangle ALC = \triangle TGC$.

D E M O N S T R A T I E.

$$CP, PG :: CA, AL. \text{ 4 Prop. 6 Boek.}$$

$$\text{ook } CP, PG :: \underline{CAq}, CA \times AL. \text{ 10 Pr. 5 B.}$$

$$\text{ofte } CP, PG :: TC \times CP, CA \times AL. \text{ § 39.}$$

$$\text{ofte 1, PG :: TC, } CA \times AL. \text{ 12 Pr. 5 B.}$$

$$\text{derhalven } PG \times TC = CA \times AL. \text{ 6 Prop. 5 Boek.}$$

$$\text{en daarom } \triangle TGC = \triangle ALC. \text{ 34 en 36 Pr. 1 B.}$$

Dat te bewyzen was.

I. G E V O L G.

§ 47. De $\triangle ALC = \triangle TGC$ beweezen.

$$AMGC = AMGC.$$

$$\text{derhalven } \triangle LMG = \triangle TAM. \text{ 4 Ax.}$$

II. G E V O L G.

§ 48. $\triangle LMG = \triangle TAM$, 1 Gevolg.

$$AMGP = AMGP,$$

$$\text{derhalven } \triangle LGP = \triangle TGP. \text{ 3 en 9 Ax.}$$

XIV. PRO.

XIV. PROPOSITIE.

§ 49. Indien HN evenwydig aan de Tangens TG is, en door het punt F, in welke zy de Ellips snydt, getrokken wordt IK, evenwydig aan AL; dan is het Trapezium $ALKI = \triangle HFI$.

DEMONSTRATIE.

$\triangle ALC, \triangle KIC :: ACq, ICq$. 14 Pr. 6 B.
 daar. $\triangle ALC - \triangle KIC, ACq - ICq :: \triangle ALC, ACq$. 14 Pr. 5 B.
 dus ook $\triangle ALC - \triangle PGC, ACq - CPq :: \triangle ALC, ACq$.
 derh. $\triangle ALC - \triangle KIC, \triangle ALC - \triangle PGC :: ACq - ICq, ACq - CPq$. 11 Pr. 5 B.
 ofte $ALKI, ALGP :: AI \times IB, AP \times PB$. 5 Pr. 2 B.
 $\triangle HFI, \triangle TGP :: IFq, PGq :: AI \times IB, AP \times PB$. 14. 6 B. en § 29.
 bygev. $ALKI, ALGP :: \triangle HFI, \triangle TGP$. 11 Pr. 5 B.
 daar en boven $ALGP = \triangle TGP$. § 48.
 derhalven $ALKI = \triangle HFI$. 20 Def. 5 Boek.
Dat te Bewyzen was.

GEVOLG.

§ 50. De $\triangle ALC = \triangle TGC$. 13 Prop. § 46.
 $IFNC = IFNC$.
 derh. $ALKI + \triangle KFN = TGNH + \triangle HFI$. 4 Ax.
 en $ALKI = \triangle HFI$. beweezen.
 derhalven $\triangle KFN = TGNH$. 4 Ax.

XV. PROPOSITIE.

§ 51. Indien uit het einde van de kleine As D (Tab. 2. Fig. 10.) een lyn DE, evenwydig aan de Tangens TG, wordt getrokken; dan is de $\triangle TGC = \triangle EDC = \triangle ACF$.

DE-

D E M O N S T R A T I E.

$\underline{AP \times PB, ACq :: PGq, CDq.}$ 4 Prop. § 28.
 of $\underline{TP \times PC, ACq :: PGq, CDq.}$ 12 Prop. § 45.
 en de $\underline{\Delta TPG, \Delta ECD :: PGq, CDq.}$ 14 Pr. 6 B.
 derh. $\underline{TP \times PC, ACq :: \Delta TPG, \Delta ECD.}$ 11. Pr. 5 B.
 en $\underline{TP \times PC, TC \times CP :: \frac{1}{2} TP \times PG, \Delta ECD.}$ § 39 en 34. 1 B.
 daarom $\underline{TP, TC :: \frac{1}{2} TP \times PG, \Delta ECD.}$ 12 Pr. 5 B.
 bygev. de $\underline{\Delta ECD = \frac{1}{2} PG \times TC = \Delta TGC = \Delta ACF.}$ § 46.
 36. 1 B. en 6 Pr. 5 B.

Dat te bewyzen was.

G E V O L G.

§ 52. Van den $\Delta TGC = \Delta EDC.$ beweezen.

trekt $\underline{\Delta EIC = \Delta EIC.}$

blyft $\underline{TGIE = \Delta IDC.}$ Ax. 4.

VI. D E F I N I T I E.

§ 53. Een lyn NS, (Tab. 3. Fig. 11.) evenwydig aan den Tangens TG, wordt een Applicate van de middellyn GY genaamd.

XVI. P R O P O S I T I E.

§ 54. Ieder Applicate NS wordt, door de Middellyn GY, in twee gelyke deelen NR, RS gedeelt.

D E M O N S T R A T I E.

$\underline{AV \times VB, ACq :: VSq, CDq.}$ § 28.
 en de $\underline{\Delta SVQ, \Delta DEC :: VSq, CDq.}$ 14 Pr. 6 B.
 derh. $\underline{AV \times VB, ACq :: \Delta SVQ, \Delta DEC.}$ 11 Pr. 5 B.
 D en

en $ACq - AV \times VB, ACq :: \triangle EDC - \triangle VSQ, \triangle DEC.$

14 Prop. 5 Boek.

ofte $CVq, ACq :: \triangle EDC - \triangle VSQ, \triangle DEC.$ 5 Pr. 2 B.

maar $CVq, ACq :: \triangle WVC, \triangle AFC.$ 14 Pr. 6 B.

bygev. $\triangle WVC, \triangle AFC :: \triangle EDC - \triangle VSQ, \triangle DEC$

11 Prop. 5 Boek.

maar $\triangle AFC = \triangle DEC.$ § 51.

derh. $\triangle WVC = \triangle EDC - \triangle VSQ.$ 20 Def. 5 B.

ofte $\triangle WVC + \triangle VSQ = \triangle AFC.$ § 51. en Ax. 3.

en $AFLO + \triangle LOC = \triangle AFC.$ Ax. 9.

derh. $\triangle WVC + \triangle VSQ = AFLO + \triangle LOC.$ Ax. 1.

edog $\triangle ONQ = \triangle ZOM = AFLO.$ § 41. § 49. en 21 Pr. 1 B.

bygev. $\triangle WVC + \triangle VSQ = \triangle ONQ + \triangle LOC.$ 1 Ax.

trekt vervolgens $\triangle QRC = \triangle QRC$ af

blyft $\triangle WRS = \triangle RLN.$ Ax. 4 en 9.

en deeze driehoeken zyn gelykformig. 2 en 12 Pr. 1 B.

derhalven $RS = RN.$ Gevolg der 14. 6 Boek.

Dat te bewyzen was.

G E V O L G.

§ 55. Indien uit het punt A (*Tab. 3. Fig. 12.*), van de groote As AB, een Applicate AS van de middellyn GD wordt getrokken; en uit het andere einde der groote As B, de regte BS; zal deeze laatste evenwydig aan de voornoemde middellyn GD zyn.

Want $AR = RS.$

maar $AC = CB.$ 2 Def. § 21.

derh. BS evenwydig aan DG. 2 Prop. 6 Boek.

VII. DEFINITIE.

§ 56. Als MN en GD beide Middellynen zyn, en de eerste evenwydig is aan de Tangens GT, dan worden deeze beide, elkander toegevoegde Middellynen (*Diametri Conjugatae*) genaamd.

XVII. PROPOSITIE.

§ 57. In alle Ellipfen zyn de regthoeken, der Abfcifen van de Middellynen tot malkanderen, als de Quadraaten van hunne halve Applicaten.

Zo is (*Tab. 3. Fig. 13.*) $EN \times NQ, NGq :: ECq, CSq$.

DEMONSTRATIE.

$\triangle DEC, \triangle HNC :: ECq, NCq$. 14 *Pr. 6 B.*

$\triangle DEC - \triangle HNC, \triangle DEC :: ECqN - Cq, ECq$. 14 *Pr. 5 B.*

ofte $DENH, \triangle DEC :: EN \times NQ, ECq$. 5 *Pr. 2 B.*

maar $\triangle DEC = \triangle BLC = BLIX + \triangle IXC$. 9 *Ax.* en § 51.

en $XSC = \triangle ZVX = BLIX$. § 41, 49 en 21 *Pr. 1 B.*

derh. $DENH, \triangle XSC + \triangle IXC :: EN \times NQ, ECq$.

ofte $\triangle MGN, \triangle ISC :: EN \times NQ, ECq$. § 50. en *Ax. 9.*

eind. $\triangle MGN, \triangle ISC :: GNq, SCq$. 14 *Pr. 6 B.*

bygevolg $EN \times NQ, GNq :: ECq, SCq$. 11 *Pr. 5 B.*

Dat te bewyzen was.

XVIII. PROPOSITIE.

§ 58. Indien ED (*Tab 3. Fig. 14.*) Tangens van het punt E is, en EG, SR elkander toegevoegde Middellynen (*Diametri Conjugatae*) zyn, en SK, EF halve Applicaten van de As AB.

Zal $CKq = DF \times FC$ zyn.

DEMONSTRATIE.

$AK \times KB, AF \times FB :: KSq, FEq.$ § 29.

en $KCq, DFq :: KSq, FEq.$ 18 *Pr.* 5 *B.*

derh. $AK \times KB, AF \times FB :: KCq, DFq.$ 11 *Pr.* 5 *B.*

en $AK \times KB + KCq, KCq :: AF \times FB + DFq, DFq.$ 15 *Pr.* 5 *B.*

ofte $ACq, KCq :: CD \times DF, DFq.$ 5 en 3 *Pr.* 2 *B.* en § 45.

en $ACq, KCq :: CD, DF.$ 12 *Prop.* 5 *Boek.*

ook $ACq, KCq :: CD \times FC, DF \times FC.$ 10 *Pr.* 5 *B.*

maar $ACq = CD \times FC.$ § 39.

derhalven $KCq = DF \times FC.$ 20 *Def.* 5 *Boek.*

Dat te bewyzen was.

XIX. PROPOSITIE.

§ 59. Indien ST evenwydig wordt getrokken aan GE , dan is dezelve Tangens van het punt S ; ofte $ACq = TC \times CK.$

DEMONSTRATIE.

$DC, CT :: EF, SK :: DF, CK.$ 4 *Pr.* 6 *B.*

daarom $DC, CT :: DF, CK.$ 11 *Prop.* 5 *Boek.*

ofte $DC, CT \times CK :: DF, CKq.$ 10 *Prop.* 5 *Boek.*

$DF \times FC = CKq.$ § 58.

derh. $DC, CT \times CK :: DF, DF \times FC.$

en $DC, CT \times CK :: 1, FC.$ 12 *Prop.* 5 *Boek.*

bygevolg $DC \times CF = CT \times CK.$ 6 *Prop.* 5 *Boek.*

maar $DC \times CF = ACq.$ § 39.

diensvolgens $ACq = CT \times CK.$ 1 *Ax.*

Dat te bewyzen was.

XX. PRO.

XX. PROPOSITIE.

§ 60. Indien AE en GF (*Tab. 3. Fig. 15.*), elkan-
der snydende in H , Tangenten zyn van de punten A
en G ; en dan getrokken wordt de regte AG , als me-
de uit H , door het Middelpunt C , de regte HS ,
snydende de Ellips in T en in S ; zo zal AG een Ap-
plicate van de Middellyn TS zyn.

DEMONSTRATIE.

Getrokken hebbende FE , zo is deeze evenwydig
aan AG ; want de $\triangle AFH = \triangle EHG$. § 47. derhal-
ven de beide Lynen FE en AG evenwydig aan mal-
kanderen, door de 26 *Prop. 1 Boek.*

Voorts is $AF, AC :: EG, GC$. 2 *Prop. 6 B.* daarom
 $\triangle AFH, \triangle AHC :: \triangle EHG, \triangle HGC$, 1 *Pr. 6 B.* en 11 *Pr. 5 B.*
maar $\triangle AFH = \triangle EHG$. § 47.

derhalven $\triangle AHC = \triangle HGC$. 20 *Def. 5 Boek.*

en $AI = IG$. 1 *Prop. 6 B.* en 11 en 15 *Pr. 5 B.*
en daarom AG een Applicate van TS . *Prop. 16. § 54.*

Dat te bewyzen was.

GEVOLG.

§ 61. Indien tusfchen deeze Tangenten andere regte
Lynen, als PK en QL , evenwydig aan AG , worden
getrokken; waar van de eerste de Ellips snydt in O en
 N , en de andere in R en M .

dan is $PO = NK$, en $QR = ML$.

Want $PV = VK$ en $QW = WL$. 4 *Pr. 6 B.* en 11 *Pr. 5 B.*
maar $OV = VN$ en $RW = WM$. *Prop. 16. § 54.*

derhalven $PO = NK$, en $QR = LM$, *Ax. 4.*

XXI. PROPOSITIE.

§ 62. De Parallelogrammen op de halve Asfen, en elkander toegevoegde Middellynen (*Diametri Conjugatae*) beschreeven; zyn gelyk aan malkanderen.

Laat BDSC (*Tab. 3. Fig. 16.*) een regthoekig Parallelogram zyn, op de halve Asfen BC, CS beschreeven; GR Tangens van een gegeven punt M; en hier aan evenwydig zyn getrokken CI, welke verlengd zynde, de Tangenten van O en S ontmoet in P en H; eindelyk door I getrokken de lyn TF, evenwydig aan CM; welke de Tangens zal zyn van het punt I; volgens *Prop. 19*, en dus ITMC een Parallelogram op de halve elkander toegevoegde Middellynen MC, CI beschreeven; dan moet beweezen worden, dat het $\square \cdot \text{ICMT} = \square \text{BCSD}$ is.

DEMONSTRATIE.

$$\triangle KEC = \triangle EGC. \text{ 23 Prop. 1 Boek.}$$

$$\triangle BEC = \triangle EMC. \text{ 20 Prop. § 60.}$$

$$\text{derh. } \triangle BKC = \triangle MGC. \text{ Ax. 4.}$$

$$\text{voorts } \triangle GMC, \triangle CIF :: GCq, CFq. \text{ 14 Pr. 6 B.}$$

$$\text{ofte } \triangle BKC, \triangle COP :: GCq, CFq. \text{ § 46. en bew.}$$

$$\text{maar } \triangle BKC, \triangle COP :: CKq, CPq. \text{ 14 Pr. 6 B.}$$

$$\text{bygev. } CKq, CPq :: GCq, CFq. \text{ 11 Pr. 5 B.}$$

$$\text{ofte } CK, CH :: GC, CF. \text{ 18 Pr. 5 B. en § 61.}$$

$$\text{en } HK, CH :: GF, CF. \text{ 13 Prop. 5 Boek.}$$

$$\text{ofte } HKq, CHq :: GFq, CFq. \text{ 18 Pr. 5 B. derh.}$$

$$\triangle DHK, \triangle CHS :: \triangle TGF, \triangle CIF. \text{ 14 Pr. 6 B. 11 Pr. 5 B.}$$

$$\text{maar } \triangle CHS = \triangle COP = \triangle CIF. \text{ 13 Prop. § 46.}$$

$$\text{diensvolgens } \triangle DHK = \triangle TGF. \text{ 20 Def. 5 Boek.}$$

$$\text{en } \triangle BKC + \triangle SCH = \triangle ICF + \triangle MGC. \text{ 't beweez. en § 46.}$$

$$\text{derhalven } \square \text{BDSC} = \square \text{ICMT. 4 Ax.}$$

Dat te bewyzen was.

XXII. PRO.

XXII. PROPOSITIE.

§ 63. Indien AD (*Tab. 3. Fig. 17.*) de Ellips raakt in D ; en PE , NK evenwydig zyn aan de Tangens BF , ofte regthoekig zyn getrokken door de groote As BR ; dan zal men hebben

$$DHq, DOq :: PH \times HI, NO \times OS.$$

DEMONSTRATIE.

LI en QS , evenwydig aan den Tangens AD , getrokken zynde; zo is de

$$\triangle AHG, \triangle LIG :: HGq, IGq. \text{ 14 Pr. 6 B.}$$

$$\triangle AHG - \triangle LIG, \triangle AHG :: HGq - IGq, HGq. \text{ 14 Pr. 5 B.}$$

$$\text{ofte } \triangle AHI, \triangle AHG :: PH \times HI, HGq. \text{ 6 Pr. 2 B.}$$

$$\text{ofte } \triangle EHD, PH \times HI :: \triangle AHG, HGq. \text{ § 50. en 8 Pr. 5 B.}$$

$$\text{en de } \triangle KOD, NO \times OS :: \triangle AHG, HGq. \text{ door dezelfde Prop.}$$

$$\text{is de } \triangle EHD, \triangle KOD :: PH \times HI, NO \times OS. \text{ 11 Pr. 5 B.}$$

$$\text{maar } \triangle EHD, \triangle KOD :: HDq, DOq. \text{ 14 Prop. 6 Boek.}$$

$$\text{derh. } HDq, DOq :: PH \times HI, NO \times OS. \text{ 11 Pr. 5 B.}$$

Dat te bewyzen was.

XXIII. PROPOSITIE.

§ 64. Indien RT , TG (*Tab. 4. Fig. 18.*) twee Tangenten zyn, van het punt der As R , en van een ander punt G ; en uit het punt T , door het Middelpunt C , getrokken is de Middellyn AQ ; welke gefneeden wordt, door de lyn GR , in P ; zo is

$$TC \times CP = ACq.$$

D E M O N S T R A T I E.

De lyn Ln , evenwydig aan RG , door het punt A getrokken, is Tangens van hetzelfde. door § 60.

derh. $nC, RC :: AC, CP$. 4 Prop. 6 Boek.

en $nC, RC :: RC, CS :: TC, AC$. § 38. en 4 P. 6 B.

derh. $AC, CP :: TC, AC$. 11 Prop. 5 Boek.

en $ACq = TC \times CP$. 6 Prop. 5 Boek.

Dat te bewyzen was.

G E V O L G.

§ 65. Getrokken hebbende Ll , Gg , regthoekig op TC , heeft men

$AL, PG :: Ll, Gg$. 4 Prop. 6 Boek.

en $AL, PG :: AC, PC :: TC, AC$. 4 Pr. 6 B. en bew.

derh. $TC, AC :: Ll, Gg$. 11 Prop. 5 Boek.

daarom $TC \times Gg = AC \times Ll$. 6 Prop. 5 Boek.

en de $\triangle TGC = \triangle ALC$. 1 Prop. 6 Boek.

Voorts wordt eveneens, als in de 13 en 14 Propositionen § 46 en 49 met haare gevolgen § 47, 48 en 50 is gedaan, beweezen, dat de

$$\triangle KFN = TGNH \text{ is.}$$

XXIV. P R O P O S I T I E.

§ 66. Indien OB en WY , evenwydig aan nL , zyn getrokken; zo is

$$GOq, GWq :: BO \times OF, YW \times WX.$$

D E M O N S T R A T I E.

Trekt XV, evenwydig aan TG; en uit D, alwaar dezelve de Ellips heeft gefneeden, de lyn DE, evenwydig aan AL.

De $\triangle TOI, \triangle HFI :: OIq, IFq$. 14 Pr. 6 B.
derh. $\triangle TOI - \triangle HFI, OIq - IFq :: \triangle HFI, FIq$. 14 Pr. 5 B.
en de $\triangle TWZ, WZq :: \triangle HFI, FIq$. 14 Pr. 6 B.

derh. $\triangle OFH, BO \times OF :: \triangle TWZ, WZq$. 6 Pr. 2 B.
en $\triangle TWXV, YW \times WX :: \triangle TWZ, WZq$. om gelyke rede.

derh. $\triangle OFH, \triangle TWXV :: BO \times OF, YW \times WX$. 11 Pr. 5 B.
ofte $\triangle KOG, \triangle aGW :: BO \times OF, YW \times WX$. § 65.
maar $\triangle KOG, \triangle aGW :: GOq, GWq$. 14 Pr. 6 B.

daarom $GOq, GWq :: BO \times OF, YW \times WX$. 11 Pr. 5 B.

Dat te bewyzen was.

I. G E V O L G.

§ 67. $GOq, GWq :: BO \times OF, YW \times WX$. § 66. ook blykt
dat $GMq, GOq :: AMq, BO \times OF$. op gelyke wyze
daarom $GMq, AMq :: GWq, YW \times WX$. 19 Pr. 5 B.
Insgelyks $Gbq, bQq :: GWq, YW \times WX$.

derhalven $GMq, Gbq :: MAq, bQq$. 11 Pr. 5 Boek.
en $GM, Gb :: MA, bQ$. 18 Prop. 5 Boek.

II. G E V O L G.

§ 68. Indien $GO = GW$ is,
zal $BO \times OF = YW \times WX$ zyn. 20 Def. 5 B. en 't beweez.

XXV. PROPOSITIE.

§ 69. Indien, uit het Brandpunt E, (*Tab. 4. Fig. 19.*) getrokken wordt de halve Applicate EI; en GI de Tangens van het punt I is, welke voortgetrokken zynde, de kleine verlengde As ontmoet in R; daar na uit G, regthoekig op AG, een onbepaalde regte lyn wordt opgeregt; en dan uit de punten der Ellips, by voorbeeld C, M, I worden getrokken, de lynen CS, MD, IQ evenwydig aan de As AF: zo zullen deeze evenredig zyn aan de lynen EC, EM, EI. Dat is,
 $FG, EF :: IQ, EI :: MD, ME :: CS, EC.$

DEMONSTRATIE.

1^o. Laat door M zyn getrokken TV evenwydig aan RW.

nu is $AE \times EF, EI q :: BF, EI.$ § 34 en 35.

derhalven $AE \times EF = EI \times BF.$ 12 en 6 Prop. 5 Boek.

maar $AE \times EF = BE \times EG.$ 12 Prop. § 45.

daarom $BE \times EG = EI \times BF.$ 1 Ax.

en $BE, BF :: EI, EG :: BR, BG.$ 8 Pr. 5 B. en 4 Pr. 6 B.

bygevolg $EB \times BG = FB \times BR,$ 6 Prop. 5 Boek.

maar $EB \times BG = FB q.$ § 39.

diensvolgens $BF q = FB \times BR.$ 1 Ax.

en $BF = BR.$ 8 Ax.

2^o. $AE, BE :: EG, EF.$ § 45. en 8 Prop. 5 Boek.

daarom $BF, FG :: BE, EF.$ 14 Prop. 5 Boek.

en $BF, HF :: BG, FG.$ 4 Pr. 6 B. en 10. beweez.

bygevolg $BF q, HF :: BE \times BG, EF.$ 17 en 12 Pr. 5 B.

maar $BF q = BE \times BG.$ 12 Prop. § 45.

derhalven $HF = FE.$ 20 Def. 5 Boek.

3^o. WR

3°. $WR \times RC + CBq = ABq = ECq$. 6 Pr. 2 B. en 1°. bew.
 en $CBq + BEq = ECq$. 32 Prop. 1 Boek.

derhalven $WR \times RC = BEq$. 4 Ax.

4°. $WR \times RC, VT \times TM :: RIq, ITq$. § 66.
 $BEq, LEq :: RIq, ITq$. 2 Pr. 6 B. en 18. 5 B.

derh. $WR \times RC, VT \times TM :: BEq, LEq$. 11 Pr. 5 Boek.
 maar $WR \times RC = BEq$. 3°. beweezene.

bygevolg $VT \times TM = LEq$. 20 Def. 5 Boek.

en $VT \times TM = TLq - LMq$. 6. Pr. 2 Boek.

diensvolgens $TLq = LEq + LMq$. 1 en 3 Ax.

of $TLq = MEq$. 32 Prop. 1 Boek.

derhalven $TL = ME$.

Eindelyk $FG, FH :: EG, EI :: LG, LT :: BG, BR$. 4 Pr. 6 B.

ofte $FG, EF :: IQ, EI :: MD, ME :: CS, EC$. uit 't beweez.

Dat te bewyzen was.

G E V O L G.

§ 70. De halve Applicate EI van het Brandpunt E , als mede de afstand BE van 't Middelpunt tot het Brandpunt gegeven zynde, kan de Ellips door punten beschreeven worden.

XXVI. PROPOSITIE.

§ 71. Gegeven zynde de beide Asfen van cene Ellips, om dezelve door punten te beschryven.

O P L O S S I N G.

Beschryft op de beide halve Asfen (*Tab. 4. Fig. 20.*) AC, CD twee Cirkelen, neemt in AB een punt E

naar welgevallen, en regt op uit hetzelfde eene lyn EG regthoekig op AB , trekt dan de Radius CG , welke de kleinste Cirkel snydt in H , en trekt uit dit punt eene lyn evenwydig aan AB , die GE snydt in F , het welke een punt van de begeerde Ellips zal zyn.

D E M O N S T R A T I E.

$EF, EG :: CH, CG$. 4 *Pr. 6 B.* en 14 *Pr. 5 B.*
 ofte $EFq, EGq :: CHq, CGq$. 18 *Prop. 5 Boek.*
 maar $EGq = AE \times EB$. 23 *Prop. 3 Boek.*

derh. $EFq, AE \times EB :: CHq, CGq$.
 ofte $AE \times EB, EFq :: CBq, CDq$. 10 *Def. 1 B.* en 8 *Pr. 5 B.*

Dat te bewyzen was.

XXVII. P R O P O S I T I E.

§ 72. Als een Kegel zodaanig gesneden wordt, dat de verlengde sneed het verlengde grondvlak ontmoet; wordt de Sneed een Ellips genoemd.

By voorbeeld. De kegel ABC (*Tab. 4. Fig. 21.*) gesneden zynde door het vlak $GRMQ$, wiens verlengde GMZ het verlengde grondvlak $BSCT$ in Z ontmoet, is $GRMQ$ een Ellips.

D E M O N S T R A T I E.

Laat de driehoek ABC de doorsneed van den Kegel door deszelfs toppunt zyn, welke regthoekig op de basis $BSCT$ staat; en daar benevens regthoekig door het vlak van doorsnyding $GRMQ$ gaat: GM zy derzelve gemeene snyding met den driehoek ABC . Stelt de Cirkel $DHEF$ evenwydig met het grondvlak te zyn, DE de snyding van deezen Cirkel met den driehoek ABC , en HF die van den Cirkel met het vlak $GRMQ$,

$GRMQ$, dan zal, om de regthoekige sneed der beide vlakken $GRMQ$ en $DHEF$ met den driehoek ABC uit de onderstelling, de regte HNF van derzelve gemeene snyding ook regthoekig op het vlak ABC zyn, door de 6 Prop. 9 Boek.

Bygevolg de $\angle FNG =$ den $\angle HNG = L$ }
 en ook de $\angle FND =$ den $\angle HND = L$ } 13 Def. 9 B.

daarom $FN = HN$. 1 Prop. 3 Boek.

Zo $OLPI$ een andere Cirkel evenwydig met de basis is, die het vlak $GRMQ$ volgens de regte LKI snydt, zal om gelyke reedenen $LK = KI$ zyn, en LKI regte hoeken met GM en OP maaken.

Voorts is $MK, PK :: MN, NE$. }
 en $KG, OK :: GN, DN$. } 4 Prop. 6 Boek.

byg. $GK \times KM, OK \times PK :: GN \times NM, DN \times NE$. 17 Pr. 5 B.
 ofte $GK \times KM, KI q :: GN \times NM, NF q$. 23 Pr. 3 B.

Dat te bewyzen was.

G E V O L G.

§ 73. Als $MK = KG$ wordt genomen, dan is LI de kleine As.

B Y V O E G Z E L.

§ 74. Als (*Tab. 4. Fig. 22.*) $AQ = 2a$, de Parameter van de As $AQ = 2p$, $IG = x$ en de halve Applicate $BI = y$ zyn; is $aa - xx, yy :: a, p$. 6 Prop. § 34.

derhalven $yy = (aa - xx) \times \frac{p}{a}$, het welke men noemt de Equatie op de Ellips.

XXVIII. PROPOSITIE.

§ 75. Indien Cc een Applicate van de Middellyn Bb is; TC Tangens van het punt C ; BL Tangens van het punt B ; en GB voortgetrokken zynde TC ontmoet in D : dan is $DG \times GE = BGq$.

DEMONSTRATIE.

Stelt $AG = a$, de Parameter van $AQ = 2p$, $GI = x$, $BI = y$, $BG = c$, $EG = v$, $FG = u$: trekt ME evenwydig aan TQ , en EH evenwydig aan CF ; dan is $BG, EG :: IG, HG$. 4 *Prop 6 Boek*.

$$\text{of } c, v :: x, \frac{vx}{c}$$

$$\text{Daarom } HF = PE = \frac{vx}{c} - u = \frac{vx - cu}{c}$$

$$BG, EG :: GL, GK. 4 \text{ Prop. 6 Boek.}$$

$$\text{dat is } c, v :: \frac{aa}{x}, GK = \frac{aav}{cx} \text{ § 39.}$$

$$\text{Derhalven } KF = \frac{aav}{cx} - u = \frac{aav - cxu}{cx}$$

$$TG = \frac{aa}{u} \text{ § 39, en } TK = \frac{aa}{u} - \frac{aav}{cx} = \frac{aacx - aauv}{cux}$$

Voorts is $KF, PE :: KT, ME$. 4 *Prop. 6 Boek*.

$$\text{dat is } \frac{aav - cxu}{cx}, \frac{vx - cu}{c} :: \frac{aacx - aauv}{cux}, ME.$$

$$\text{derhalven } ME = \frac{(vx - cu) \times (aacx - aauv)}{(aav - cxu) \times cu}$$

$$TG, ME :: GD, DE. 4 \text{ Prop. 6 Boek.}$$

$$\text{en } TG - ME, TG :: GD - DE, GD. 14 \text{ Pr. 5 B.}$$

$$\text{dus } \frac{aa}{u} - \frac{(vx - cu) \times (cx - uv) \times aa}{(aav - cxu)cu}, \frac{aa}{u} :: v, GD.$$

de

de beide termen der eerste reden gedeeld door $\frac{aa}{u}$

geeft I $= \frac{(yx - cu) \times (cx - uv)}{aacv - ccux}$, I::v, DG. 12 Pr. 5 B.

en GD $= \frac{aacv - ccux}{aac - cxx + uvx - cuu} = \frac{(aav - cux) \times cc}{aacc - ccxx + cuv x - ccuu}$

Eind. BIq, CFq:: LIq, KFq zynde, 4 Pr. 6 B. en 18 Pr. 5 B.

geeft $\left(\frac{aa - xx}{a}\right)p$, $\left(\frac{aa - uu}{a}\right)p :: \left(\frac{aa - xx}{x}\right)^2$,

$\left(\frac{aav - ucx}{cx}\right)^2$ § 74 en § 45.

of I, $aa - uu :: \frac{aa - xx}{xx}$, $\frac{4vv - 2aavcx + ccuux}{ccxx}$ byge-

volg $(a^4 - aaxx - aauu + xxuu)cc = a^4vv - 2aavcx + ccuuxx$

De gelyke termen ter wederzyden van het teeken gelyk wegneemende, en de geheele equatie door aa deelende, krygt men $-ccuu = aavv - 2vcux - aacc + ccxx$

Het welke voor $-ccuu$ in de uitdrukking van

GD $= \frac{(aav - cux) \times cc}{aacc - ccxx + cuv x - ccuu}$ in de plaats gesteld

zynde, geeft GD =

$$\frac{(aav - cux) \times cc}{aacc - ccxx + cuv x + aavv - 2vcux - aacc + ccxx}$$

$$= \frac{(aav - cux) \times cc}{aavv - cuxv} = \frac{cc}{v}$$

Dat is GD $= \frac{BGq}{GE}$

en daarom GD $\times$ GE = BGq.

Dat te bewyzen was.



DERDE HOOFDDEEL.

V A N D E

H Y P E R B O L A.

I. D E F I N I T I E.

§ 76. **I**ndien F en f , (*Tab. 5. Fig. 1.*) zyn twee punten naar welgevallen genomen, en in F wordt vastgemaakt een lineaal MF , en in f en M een draad fEM korter dan MF , en deeze draad gespannen tegens het lineaal wordt bewoogen, zal het punt E , dat de draad gespannen tegens 't lineaal drukt, beschryven een kromme lyn BER , welke een Hyperbola wordt genaamt; en indien men, het lineaal van F in f , en de draad van f naar F overgebragt hebbende, met dezelfde lineaal en draad op gelyke wyze de kromme *Aer* beschryft, dan wordt deeze laatste de tegenoverstaande Hyperbola van de eerste genaamt.

II. D E F I N I T I E.

§ 77. F en f , om welke de beweginge van den draad, en het lineaal geschiedt, noemt men Brandpunten; het punt C , in het midden van Ff , wordt het Middelpunt genaamt; A , en B noemt men Toppunten; en AB de eene *As*.

III. D E F I N I T I E.

§ 78. Indien een onbepaalde regte lyn, regthoekig op AB , door het punt C wordt getrokken, en uit A
of

of B, als Middelpunt met de Radius FC of fC een rond wordt beschreeven; zal daar door worden bepaald eene lyn DQ , die men de tweede As noemt; terwijl de beide lynen AB , en DQ worden *Axes Conjugatæ* of elkander toegevoegde Asen genaamd.

G E V O L G.

§ 79. Om dat de draad MEf altyd van eene gelyke lengte blyft, is het verschil tusfchen denzelven en het lineaal overal gelyk; en daarom

$$FB - Bf = FE - Ef = fA - AF.$$

$$\text{ofte } FB + AF = fA + Bf.$$

$$\text{maar } AB = AB.$$

$$\text{derhalven } 2AF = 2Bf. \quad 4 \text{ Ax.}$$

$$\text{en } AF = Bf. \quad 8 \text{ Ax.}$$

$$\text{bygevolg } FE - Ef = FB - Bf = AB.$$

$$\text{en } AC = CB.$$

I. P R O P O S I T I E.

§ 80. In alle Hyperbolen is de regthoek der deelen op de As, begreepen tusfchen het Brandpunt van de eene, en het Toppunt van de tegenoverftaande; en de afstand van het Top- en Brandpunt van de eerfte; gelyk het Quadraat van de halve tweede As.

Dat is, (*Tab. 5. Fig. 2.*) $Af \times fB = CDq$.

D E M O N S T R A T I E.

BD getrokken hebbende, heeft men

$$Af \times fB + CBq = Cf q = BDq. \quad \S 78. \text{ en } 6 \text{ Pr. } 2 \text{ B.}$$

$$\text{maar } CDq + CBq = BDq. \quad 32 \text{ Prop. } 1 \text{ Boek.}$$

$$\text{derh. } Af \times fB + CBq = CDq + CBq. \quad 1 \text{ Ax.}$$

$$\text{en } Af \times fB = CDq. \quad 4 \text{ Ax.}$$

Dat te bewyzen was.

II. PROPOSITIE.

§ 81. Indien EH eene halve Applicate is, en met Ef als Radius, uit het Middelpunt E, een Cirkel wordt beschreeven, die de lineaal snydt in K en L, en men daarna $FX = XK$ maakt; zal $FL = 2EX$, en $FI = 2CH$ zyn.

DEMONSTRATIE van het eerste.

$KX = XF$. Constructie.

en $KX = EL + EX$. 10 Def. 1 B. en 9 Ax.

derhalven $EL + EX = FX$. 1 Ax.

maar $EL = EX + XL$.

daarom $2EX + XL = FX$. 1 Ax.

en $2EX = FL$. 3 Ax.

ofte $2EX = AB$. § 79.

derhalven $EX = AC$. 8 Ax.

DEMONSTRATIE van het tweede.

$FC = Cf$. Constructie.

derhalven $FC + fH = Cf + fH$. 3 en 9 Ax.

en $2FC + 2fH = 2CH$. 7 Ax.

ofte $Ff + fI = 2CH$. Constr en 1 Pr. 3 B.

dat is $FI = 2CH$. 9 Ax.

Dat te bewyzen was.

GEVOLG,

§ 82. $KF \times FL = IF \times Ff$. 1 Gevolg. 24 Prop. 3 B.

gedeeld door 4

zo is $FX \times XE = HC \times Cf$. uit 't beweezenc en § 79.

IV. DEFINITIE.

§ 83. De deelen der eerste As, als AH en BH, tusfchen de beide Toppunten A en B en een halve Ordinate EH vervat; worden de Abfcifen deczer Ordinate op de As genoemd.

III. PROPOSITIE.

§ 84. In alle Hyperbolen is de regthoek van de cene As AB, en de Abfcife BH als eene lyn AH; en de Abfcife BH; ofte de regthoek der Abfcifen op de As; tot het Quadraat van de halve Applicate HE; als het Quadraat van de halve As AB, tot het Quadraat van de halve As DQ.

Ofte $AH \times HB, HEq :: ACq, CDq.$

DEMONSTRATIE.

Vooreerst is $EX, Cf :: CH, FX.$ § 82. en 8 Pr. 5 B. ofte $AC, AC + Cf :: CH, CH + FX.$ § 80. en 13 Pr. 5 B.

$AC, Af :: CH, CH + FX.$

$AC, CH - AC :: Af, CH + FX - Af.$ 15 Pr. 5 B.

$AC, BH :: Af, CH + KE - Cf.$ § 81.

$AC, BH :: Af, Ef + fH.$

Derhalven uit f als Middelpunt met fH als Radius een half rond beschreeven hebbende,

is $AC, BH :: Af, EN.$ 10 Def. 1 Boek.

Ten tweeden, $AC, Cf :: CH, FX.$ beweezen.

derh. $AC, Cf - AC :: CH, FX - CH.$ 14 Pr. 5 B.

of $AC, Bf :: CH, FX - CH.$

$AC, AC + CH :: Bf, Bf + FX - CH.$ 15 Pr. 5 B.

$AC, AH :: Bf, EK - fH.$ § 81.

derhalven $AC, AH :: Bf, EP.$ 10 Def. 1. Boek.

maar $AC, BH :: Af, EN$. uit 't eerste beweezene.

derh. $ACq, AH \times HB :: Af \times fB, PE \times EN$. 17 Pr. 5 B.

ofte $ACq, AH \times HB :: CDq, HEq$. § 80 en 24 Pr 3 B.

dat is $AH \times HB, HEq :: ACq, CDq$. 8 Prop. 5 Boek.

Dat te bewyzen was.

G E V O L G.

§ 85. RO ook een halve Applicate zynde, bewyst men eveneens,

dat $AO \times OB, ORq :: ACq, CDq$ is.

daarom $AH \times HB, AO \times OB :: HEq, ORq$. 11 Pr. 5 B.

IV. P R O P O S I T I E.

§ 86. Indien EI regthoekig op de tweede As DQ (Tab. 5. Fig. 3.) staat,

dan is $CBq, CDq :: IEq, ICq + CDq$.

D E M O N S T R A T I E.

$CBq, CDq :: AH \times HB, HEq$. § 84.

en $CBq, AH \times HB + CBq :: CDq, CD + HEq$. 15 Pr. 5 B.

ofte $CBq, CHq :: CDq, CDq + HEq$. 6 Pr. 2 B.

ofte $CBq, EIq :: CDq, CDq + ICq$. 23 Pr. 1 B.

Dat te bewyzen was.

B T V O E G Z E L.

§ 87. Indien op QD als eerste, en AB als tweede As, twee andere Hyperbolen PDO, GQS worden beschreeven; dan worden deeze de *Hyperbolæ Conjugatæ* of toegevoegde Hyperbolen van de beide vorigen EBL en MAN genaamt: en dewyle men in dezelve deeze eigenschap heeft, als PR regthoekig staat op de verlengde QD,

dat

dat $QR \times RD, PRq :: CDq, CBq$ is, § 84. zo is ook $QR \times RD + CDq, CDq :: PRq + CBq, CBq$. 15 *Pr. 5 B.* ofte $RCq, CDq :: PRq + CBq, CBq$. 6 *Pr. 2 B.*

G E V O L G.

§ 88. Indien $CF = AD = Cf$ wordt genomen, dan is F het Brandpunt van de Hyperbola NAM , en f van PDO . volgens de 3^{de} Definitie.

V. D E F I N I T I E.

§ 89. Een lyn, die de derde evenredige van de twee *Axes Conjugatæ* is, wordt de Parameter der eerste van deeze beide Asfen genaamt; welke de voorgaande van de eerste reden is. By voorbeeld, indien (*Tab. 5 Fig. 4.*) $AB, DQ = DQ, P$ is, dan is P de Parameter van de As AB , en bygevolg $P = \frac{DQq}{AB}$ 7 *Prop. 5 Boek.*

G E V O L G.

§ 90. Derhalven uit B , regthoekig op AB , een lyn hebbende getrokken; welke, van de lyn uit A door D gaande, wordt gesneden in L ; en dan uit dit punt regthoekig op AL eene lyn getrokken, die de verlengde As snydt in M ; zo is BM de begeerde Parameter.

Want $BM \times BA = BLq$. 8 *Prop. 6 Boek.*

en $BM = \frac{BLq}{BA} = \frac{DQq}{AB}$ 4 *Prop. 6 Boek.*

V. P R O P O S I T I E.

§ 91. In alle Hyperbolen zyn de regthoeken der Abscissen op de As, tot de Quadraaten der halve Applicaten, gelyk de groote As, tot de Parameter.

Dat is $AH \times HB, HEq :: AB, P$.

D E M O N S T R A T I E.

$AH \times HB, HEq :: ACq, CDq.$ § 84.

en $ABq, DQq :: ACq, CDq.$ 10 en 18 Pr. 5 B.

derh. $AH \times HB, HEq :: ABq, DQq.$ 11 Prop. 5 Boek.

maar $AB \times BM = DQq.$ § 90.

derh. $AH \times HB, HEq :: ABq, AB \times BM.$

ofte $AH \times HB, HEq :: AB, BM$ of P. 12 Pr. 5 B. en § 90.

Dat te bewyzen was.

G E V O L G.

§ 92. De Parameter van een Hyperbola is gelyk aan de Applicate, welke door het Brandpunt wordt getrokken. By voorbeeld, f het Brandpunt zynde en fI een halve Applicate.

Zo is $Af \times fB, fIq :: CBq, CDq.$ § 84.

maar $Af \times fB = CDq.$ § 80.

derhalven $CDq, fIq :: CBq, CDq.$

ofte $CD, fI :: CB, CD.$ 18 Prop. 5 Boek.

en $DQ, 2fI :: AB, DQ.$ 10 Prop. 5 Boek.

derh. $2fI = \frac{DQq}{AB} = P.$ 6 Prop. 5 Boek. en § 89.

VI. P R O P O S I T I E.

§ 93. Indien uit de beide Brandpunten F en f (Tab. 5. Fig. 5.) tot hetzelfde punt E van de Hyperbola, twee regte lynen FE en fE worden getrokken; vervolgens EG gelyk aan EF gemaakt, en dan uit E door I , het midden van FG , de lyn ET getrokken wordt; zal deeze de Tangens van het punt E zyn.

D E M O N S T R A T I E.

Indien TE de Hyperbola in E niet raakte, laat dan dezelve, voortgetrokken zynde, gesteld worden de Hyperbola te snyden in Q, en trekt FQ, fQ; bygevolg Q een punt van de Hyperbola gesteld zynde, zoude $fQ - FQ = fG$ moeten zyn. § 79.

ofte $fQ = FQ + fG$.

maar $FQ = GQ$. uit de Constructie.

derhalven zoude $fQ = GQ + fG$ moeten zyn, dat onmogelyk is, volgens de 15 Prop. 1 Boek. Derhalven is Q niet in de Hyperbola; en op dezelfde wyze wordt beweezen, dat TE ook niet beneden het punt E aan de Hyperbola kan geweest zyn; weshalven TE niet dan in het punt E aan de Hyperbola komt; en daarom is zy Tangens van het punt E.

Dat te bewyzen was.

G E V O L G.

§ 94. De $\angle GEI = \angle QEP$. 2 Prop. 1 Boek.

en de $\angle GEI = \angle IEF$. 3 Prop. 1 Boek.

derhalven $\angle IEF = \angle QEP$. 1 Ax.

VII. P R O P O S I T I E.

§ 95. Indien HE eene halve Applicate is, en TE Tangens van het punt E, dan is $HC \times CT = CBq$.

D E M O N S T R A T I E.

Getrokken hebbende FP evenwydig aan TE.

Zo is $fP, PE :: Ff, FT$. 2 Prop. 6 Boek.

ofte $2fX, EF :: 2CF, FT$. § 81 en 2 Prop. 6 Boek.

ofte $fX, EF :: CF, FT$. 12 Prop. 5 Boek.

en

48 GRONDBEGINZELN

en $fX - EF$, $fX :: CF - FT$, CF . 14 *Pr.* 5 *B.*
ofte EX , $CT :: fX$, CF .

en CH , $EX :: fX$, CF . § 82.

derhalven EX , $CT :: CH$, EX . 11 *Prop.* 5 *Boek.*

dat is BC , $CT :: CH$, BC . § 81.

en $HC \times CT = BCq$. 6 *Prop.* 5 *Boek.*

Dat te bewyzen was.

G E V O L G.

§ 96. Indien uit C een lyn evenwydig aan TE wordt getrokken, zal dezelve loopen door het punt X ; want $fX = XP$ en $fC = CF$. door de Constructie.

derhalven fX , $XP = fC$, CF . 6 en 20 *Def.* 5 *Boek.*

bygevolg CX evenwydig aan FP . 2 *Prop.* 6 *Boek.* en daarom ook evenwydig aan de Tangens TE .

VIII. PROPOSITIE.

§ 97. Alle Applicaten als EM (*Tab.* 5. *Fig.* 6.) worden door de eerste As in twee gelyke deelen gedeelt in I .

D E M O N S T R A T I E.

$AI \times IB$, $IEq :: CBq$, CDq . }
 $AI \times IB$, $IMq :: CBq$, CDq . } § 84.

derhalven $IEq = IMq$.

en $IE = IM$.

Dat te bewyzen was.

IX. PRO-

IX. PROPOSITIE.

§ 98. Alle halve Applicaten van twee tegenoverstaande Hyperbolen, die even verre van het Middelpunt staan, zyn gelyk. By voorbeeld.

Indien $CI = CH$ is,
dan is $IM = HG$.

DEMONSTRATIE.

$AI \times IB, IMq :: CBq, CDq :: BH \times HA, HGq.$ § 84.
maar $AI \times IB = BH \times HA.$ uit de onderst.

derhalven $IMq = HGq.$ 20 Def. 5 Boek.

ofte $IM = HG.$

Dat te bewyzen was.

VI. DEFINITIE.

§ 99. Alle regte lynen GE, welke van de eene Hyperbola door het Middelpunt tot de andere worden getrokken, hebben den naam van Diameters of Middellynen.

X. PROPOSITIE.

§ 100. Alle Middellynen worden door het Middelpunt in twee gelyke deelen gedeelt. Dus is $GC = CE.$

DEMONSTRATIE.

$BH \times HA, AI \times IB :: HGq, EIq.$ § 85.

en $HCq, ICq :: HGq, EIq.$ 4 Pr. 6 B. en 18 Pr. 5 B.

derh. $BH \times HA, AI \times IB :: HCq, ICq.$ 11 Pr. 5 B.

ofte $HCq, HCq - BH \times HA :: CIq, CIq - AI \times IB.$ 15 Pr. 5 B.

ofte $HCq, ACq :: CIq, CBq.$ 6 Prop. 2 Boek.

G

maar

maar $ACq = CBq$. § 79.

derhalven ook $HCq = CIq$. 20 Def. 5 Boek.

$HC = CI$.

en $GC = CE$. 3 Prop. 1 Boek.

Dat te bewyzen was.

VII. DEFINITIE.

§ 101. Indien de uiteinden A, B, D, Q van de beide Asfen AB, DQ (*Tab. 5. Fig. 7.*) met elkanderen worden vereenigt, door de regte lynen AD, DB, BQ en QA ; en door het Middelpunt C , evenwydig aan AD en BD , worden getrokken de onbepaalde lynen GH en FE ; dan worden deeze laatste de Afymptoten van de Hyperpolen genaamt, maar CI, CK, CL, CP heeft men den naam van *Potentiaë* of Hoogheden gegeven.

XI. PROPOSITIE.

§ 102. Het Quadraat van de *Potentia* of Hoogheid CI is gelyk aan het vierde gedeelte van de fom der Quadraaten van de beide halve Asfen AC, CD .

$$\text{Dat is } CIq = \frac{ACq + CDq}{4}.$$

DEMONSTRATIE.

$AD = DB = BQ = QA$. 3 Pr. 1 B., en om dat $AC = CB$ is, Zo is $AI = ID = DK = CI$. 2 Prop. 6 Boek.

maar $ADq = ACq + CDq$. 32 Prop. 1 Boek.

ofte $4ICq = ACq + CDq$. Gevolg. 4 Pr. 2 B.

$$\text{derhalven } ICq = \frac{ACq + CDq}{4}. \quad 8 \text{ Ax.}$$

Dat te bewyzen was.

XII. PRO-

XII. PROPOSITIE.

§ 103. Indien HF evenwydig aan DQ wordt getrokken, dan is $HM \times MF = CDq$.

DEMONSTRATIE.

$BL \times LA, ACq :: LMq, CDq$. § 84.

$BL \times LA + ACq, LMq + CDq :: ACq, CDq$. 13 Pr. 5 B.
en $CLq, LFq :: BCq, CDq$. 4 Pr. 6 B. en 18 Pr. 5 B.

derh. $BL \times LA + ACq, LMq + CDq :: CLq, LFq$. 11 Pr. 5 B.
ofte $CLq, LMq + CDq :: CLq, HM \times MF + LMq$. 6 Pr. 2 B.

derh. $LMq + CDq = HM \times MF + LMq$. 20 Def. 5 B.
ofte $CDq = HM \times MF$. 4 Ax.

Dat te bewyzen was.

I. GEVOLG.

§ 104. $LF = LH$.

$LM = LN$. § 97.

derh. $MF = NH$. 4 Ax.

en $HM = FN$. 3 Ax.

derh. $HM \times MF = FN \times NH$. 7 Ax.

II. GEVOLG.

§ 105. $HM = NF$.

$FM = FM$.

derh. $HM \times FM = NF \times FM$. 7 Ax.

III. GEVOLG.

§ 106. Om dat overal $HM \times MF = CDq$ is, kan de Afymptote nooit by de kromme lyn komen, want dan wierde $MF = 0$, en bygevolg $CDq = HM \times 0 = 0$, dat onmoogelyk is.

IV. G E V O L G.

§ 107. Als ZY, regthoekig op AB, door het punt A wordt getrokken; dan is $AY = CD$.

V. G E V O L G.

§ 108. Indien EH, MN en RS (*Tab. 6. Fig. 8.*) evenwydig aan CD; en FP, KO evenwydig aan CX zyn getrokken; dan is $CP \times PF = CO \times OK = CQ \times QA$.

Want FT, KV en AW evenwydig aan CY hebbende getrokken, heeft men

$FT, VK :: FH, KN :: KM, FE :: OK, FP$. § 103. *en 4 Pr. 6 B.*
derh. $FT, VK :: OK, FP$. 11 *Prop. 5 Boek.*

ofte $CP, CO :: OK, FP$. 23 *Prop. 1 Boek.*
derh. $CP \times FP = CO \times OK$. 6 *Pr. 5 B.* Insgelyks
 $AW, FT :: AS, FH :: EF, AR :: FP, AQ$. § 103. *en 4 Pr. 6 B.*
derh. $CQ, CP :: FP, AQ$. 23 *Prop. 1 B. en 11 Pr. 5 B.*
daarom $CQ \times QA = CP \times PF$. 6 *Prop. 5 Boek.*

VI. G E V O L G.

§ 109. Indien ZU evenwydig aan LI wordt getrokken, dan is $IK \times KL = UF \times FZ$. Want
 $KI, FU :: KN, FH :: FE, KM :: FZ :: KL$. § 103 *en 4 Pr. 6 B.*
derh. $KI, FU :: FZ, KL$. 11 *Prop. 5 Boek.*

en $KI \times KL = FU \times FZ$. 6 *Prop. 5 Boek.*

VIII. D E F I N I T I E.

§ 110. Een Hyperbola wordt gelykzydig genoemd, als de beide halve Asfen CD, en CA gelyk zyn aan elkander; waar uit volgt dat in zodanig eene Hyperbola de $\angle CQA = L$ is, en bygevolg de Producten $CO \times OK, CP \times PF$ gelyk aan het Quadraat CQAW.

XIII. PROPOSITIE.

§ 111. Indien uit een punt L, van de Afymptote CY, tot de andere Afymptote CX een lyn LI wordt getrokken, dan is de lyn $LK = GI$.

DEMONSTRATIE.

Door K, en G hebbende getrokken de lynen MN, en EH evenwydig aan CD, zo is $LK, LG :: KM, GE :: GH, KN :: GI, KI$. § 103. en 4 Pr. 6 B. derh. $LK, LG :: GI, KI$. 11 Prop. 5 Boek. en $LK, LG - LK :: GI, KI - GI$. 14 Prop. 5 Boek. ofte $LK, KG :: GI, KG$.

daarom $LK = GI$.

Dat te bewyzen was.

XIV. PROPOSITIE.

§ 112. Om de Tangens van een gegeven punt R (Tab. 6. Fig. 9.) der Hyperbola op de Afymptote CY te trekken.

O P L O S S I N G.

Trekt RS evenwydig aan de Afymptote CX, maakt $SM = CS$, en trekt dan uit M door R, een regte lyn MT; welke de Hyperbola zal raaken in R.

DEMONSTRATIE.

Zo MT de Hyperbola niet raakt in R, laat zy dezelve snyden in O, en dan is

$$OM = RT. \text{ § 111.}$$

maar $RM = RT$. 2 Prop. 6 Boek.

derhalven $OM = RM$. 1 Ax. het welke onmoogelyk is, derhalven zal TM Tangens zyn van het punt R.

Dat te bewyzen was.

G E V O L G.

§ 113. Als PE evenwydig aan de Tangens TM wordt getrokken, dan is $PF \times FE = TR \times RM$. § 109. maar in dit geval is $TR = RM$, derhalven $PF \times FE = RMq = TRq$.

IX. D E F I N I T I E.

§ 114. Als NF evenwydig aan de Tangens TM van het punt R wordt getrokken, dan noemt men dezelve een Ordinate van de Diameter CQ, die door dit punt R gaat.

XV. P R O P O S I T I E.

§ 115. Ieder Ordinate NF wordt door zyne Diameter CQ in twee gelyke deelen in I gedeelt, zo dat $NI = IF$ is.

D E M O N S T R A T I E.

$$RM = RT. \text{ § 112.}$$

Derhalven $EI = IP$. 4 *Prop. 6 Boek. en 20 Def. 5 B.*
maar $EF = NP$. § 111.

$$\text{Daarom } IF = IN. \text{ 4 } Ax.$$

Dat te bewyzen was.

X. D E F I N I T I E.

§ 116. Indien een onbepaalde lyn GH, door het Middelpunt C, evenwydig aan de Tangens TM van het punt R wordt getrokken; en van dit punt een lyn RA, evenwydig aan de Asymptote CX; dan noemt men CA de halve Diameter *Conjugata* of toegevoegde van de halve Diameter CR; bygevolg $CA = TR = MR$. 23 *Prop. 1 Boek.* en $PF \times FE = CAq$.
Gevolg van Prop. 14.

XVI. PRO.

XVI. PROPOSITIE.

§ 117. De regthoek der Abfcifen BR, RA (*Tab. 6. Fig. 10.*) op de Middellyn AB , is tot het Quadraat der halve Applicate RN , als het Quadraat der halve Middellyn AC , tot het Quadraat van derzelver halve toegevoegde Middellyn CD . Dat is $BR \times RA, RNq :: ACq, CDq$.

DEMONSTRATIE.

TQ Tangens van het punt A zynde, en QD evenwydig aan AB getrokken hebbende; zyn AC en CD twee halve elkander toegevoegde Middellynen, *Def. 9.*

en $CRq, CAq :: RPq, ATq$. 18 *Prop. 5 Boek.*
 derh. $CRq - CAq, CAq :: RPq - ATq, ATq$. 14 *Pr. 5 B.*
 ofte $BR \times RA, CAq :: RPq - FN \times NP, CDq$. 6 *Pr. 2 B. en § 113.*
 ofte $BR \times RA, NRq :: CAq, CDq$. 6 *Prop. 2 Boek.*

Dat te bewyzen was.

I. GEVOLG.

§ 118. $BR \times RA, RNq :: CAq, CDq$. uit't beweezene.
 en IL evenwydig aan MN zynde, heeft men

$$BK \times KA, KLq :: CAq, CDq.$$

derh. $BR \times RA, BK \times KA :: RNq, KLq$. 11 *Pr. 5 B.*

II. GEVOLG.

§ 119. Dewyle GH evenwydig is aan TQ , en QD evenwydig aan AB ; zo volgt dat $ACDQ$ een Parallelogram is, op de halve *Diametri Conjugatæ* of elkander toegevoegde Middellynen AC, CD beschreeven.

XVII. PROPOSITIE.

§ 120. In alle Hyperbolen is het Parallelogram van twee halve elkander toegevoegde Diameters (*Tab. 6. Fig. 11.*) $GCM I$ gelyk aan den regthoek $ACDF$, dat op de beide halve Asen AC , CD beschreeven is.

DEMONSTRATIE.

Getrokken hebbende GH , en AL evenwydig aan de Asymptoten CX , CY , heeft men

$$CH, CL :: LA, HG. \text{ § 108.}$$

$$\text{en } 2 CH, 2 CL :: 2 LA, 2 HG. \text{ 10 Prop. 5 Boek.}$$

$$\text{ofte } CI, CE :: CF, CT. \text{ § 112. en 4 Pr. 6 B.}$$

$$\text{en daarom de } \triangle CIT = \triangle CFE. \text{ 13 Prop. 6 Boek.}$$

$$\text{ofte } 2 \triangle CIG = 2 \triangle CAF. \text{ Gevolg van de 27 Pr. 1 B.}$$

$$\text{ofte } \square GCM I = \square ACDF. \text{ 28 Prop. 1 Boek.}$$

Dat te bewyzen was.

XVIII. PROPOSITIE.

§ 121. Indien CG (*Tab. 6. Fig. 12.*) een middel-lyn van de Hyperbola is; AL en GT , Tangenten van het Toppunt A , en het punt G ; en GP een halve Applicate; dan is

$$CP \times PT = BP \times PA.$$

DEMONSTRATIE.

$$BP \times PA + CAq = CPq = CP \times PT + PC \times CT. \text{ 6 en 2 Pr. 2 B.}$$

$$\text{maar } CAq = \underline{\hspace{1.5cm}} PC \times CT. \text{ § 95.}$$

$$\text{derh. } BP \times PA = CP \times PT. \text{ 4 Ax.}$$

Dat te bewyzen was.

XIX. PRO.

XIX. PROPOSITIE.

§ 122. Alles gelyk in de voorgaande Propositie hebbende gesteld,

is de $\triangle TGC = \triangle ACL$.

DEMONSTRATIE.

$CT, CA :: CA, CP$. § 95. en 8 Pr. 5 B.

maar $AL, PG :: CA, CP$. 4 Prop. 6 Boek.

derhalven $CT, CA :: AL, PG$. 11 Prop. 5 Boek.

en $CT \times PG = CA \times AL$. 6 Prop. 5 Boek.

daarom de $\triangle TGC = \triangle CAL$. 36 Prop. 1 Boek.

Dat te bewyzen was.

I. GEVOLG.

§ 123. $\triangle ACL = \triangle CGT$. beweezen.

$CLFT = CLFT$.

derhalven $\triangle ATF = \triangle LGF$. 4 Ax.

II. GEVOLG.

§ 124. $\triangle LFG = \triangle ATF$. § 123.

$AFGP = AFGP$.

derhalven $\triangle LGP = \triangle TGP$. 3 Ax.

XX. PROPOSITIE.

§ 125. Indien HM evenwydig aan de Tangens TG is, en door M , regthoekig op BP , wordt getrokken de lyn IK ,

dan is $\triangle ALKI = \triangle HMI$.

H

DE

DEMONSTRATIE.

$\triangle CKI, \triangle CAL :: CIq, CAq.$ 14 Prop. 6 Boek.
 en $\triangle CKI - \triangle CAL, CIq - ACq :: \triangle CAL, ACq.$ 14 Pr. 5 B.
 Insgelyks $\triangle CGP - \triangle CAL, CPq - ACq :: \triangle CAL, ACq.$

$\triangle CKI - \triangle CAL, \triangle CGP - \triangle CAL :: CIq - ACq, CPq - ACq.$
 ofte $ALKI, ALGP :: BI \times IA, BP \times PA.$ 6 Pr. 2 B.
 maar $IMq, PGq :: BI \times IA, BP \times PA.$ § 85.

derh. $ALKI, ALGP :: IMq, PGq.$ 11 Prop. 5 Boek.
 en $\triangle IMH, \triangle PGT :: IMq, PGq.$ 14 Prop. 6 Boek.

derh. $ALKI, ALGP :: \triangle IMH, \triangle PGT.$ 11 Pr. 5 B.

maar $ALGP = \triangle PGT.$ § 124.

derh. $ALKI, = \triangle IMH.$ 20 Def. 5 Boek.

Dat te bewyzen was.

I. G E V O L G.

§ 126. $ALKI = \triangle IMH.$ beweezen.

$AOMI = AOMI.$

derhalven $OLKM = \triangle OAH.$ 4 Ax.

II. G E V O L G.

§ 127. $\triangle ATF = \triangle LGF.$ § 123.

$\triangle OAH = FLKN + OFNM.$ § 126.

derhalven $TFOH = \triangle KNG - OFNM.$ 4 Ax.

en $TNMH = \triangle KNG.$ 3 Ax.

XXI. P R O P O S I T I E.

§ 128. Indien de lynen Mm, Nn (Tab. 6. Fig. 13.),
 evenwydig aan de Tangens TG , de Hyperbola heb-
 ben gesneeden in L en K ; en uit de Middellyn CG ,
 door

door deeze punten, regthoekig door de As getrokken
zyn PO en QR: dan zal men hebben

dat $HGq, IGq :: RH \times HK, OI \times IL$ is.

D E M O N S T R A T I E.

$\triangle TSH, \triangle MKS :: SHq, SKq.$ 14 Pr. 6 B.

ofte $\triangle THMK, SHq - SKq :: \triangle MKS, SKq.$ 14 Pr. 5 B.

ofte $\triangle GHQ, RH \times HK :: \triangle MKS, SKq.$ § 127. op gel. wyze
is $\triangle PGI, OI \times IL :: \triangle MKS, SKq.$

derh. $\triangle GHQ, \triangle PGI :: RH \times HK, OI \times IL.$ 11 Pr. 5 B.

maar $\triangle GHQ, \triangle PGI :: GHq, GIq.$ 14 Prop. 6 Boek.

derh. $GHq, GIq :: RH \times HK, OI \times IL.$ 11 Pr. 5 B.

Dat te bewyzen was.

XXII. P R O P O S I T I E.

§ 129. Indien de Tangenten, van een der Toppun-
ten als A, en van een ander punt G (*Tab. 6. Fig. 14.*),
malkander snyden in H; en getrokken wordt AG, dan
zal deeze een Applicate zyn van de Middellyn CT,
die door dit snydpunt H getrokken wordt; en men zal
derhalven moeten aantoonen, dat $AI = IG$ is.

D E M O N S T R A T I E.

Trekt de Middellyn CG, welke door de verlengde
AH wordt gefneeden in E, en trekt de lyn FE, dan is
de $\triangle AFH = \triangle EGH,$ 1 Gevolg van de 19 Prop. § 123.
derhalven FE evenwydig aan AG. 3 Ax. en 26 Pr. 1 B.
en daarom AF, AC :: EG, GC. 2 Prop. 6 Boek.
en de $\triangle AFH, \triangle AHC :: \triangle EGH, \triangle CGH.$ 1 Pr. 6 B.
maar de $\triangle AFH = \triangle EGH.$ § 123.

derhalven de $\triangle AHC = \triangle CGH.$

Dan, op de gemeene basis HC , en deszelfs verlengde, hebbende getrokken de regthoekige lynen AM en GN , zullen deeze gelyk zyn aan elkanderen, 1 *Pr. 6 B.* bygevolg $GI = IA$. *Gevolg. 21 Prop. 1 Boek.* en daarom AG een Applicate van de Diameter CT . § 97.

Dat te bewyzen was.

G E V O L G.

§ 130. Indien de Tangens HG tot in B verlengd, en BR evenwydig aan GA getrokken wordt, snyden- de de Hyperbola in O en in Q ,

dan is $PB = PR$. 4 *Pr. 6 B. en 20 Def. 5 B.*

en $OP = PQ$. § 97.

derhalven $OB = QR$. 4 *Ax.*

XXIII. P R O P O S I T I E.

§ 131. Indien RT en GT (*Tab. 6. Fig. 15.*) zyn Tangenten van het Toppunt R , en van eenig ander punt G ; en uit het punt T , door het Middelpunt C , is getrokken de Middellyn AC ; welkers verlengde wordt gesneden door de Applicate GR in P , zo is

$$ACq = PC \times CT.$$

D E M O N S T R A T I E.

De lyn nL , welke gaat door het punt A , en evenwydig loopt aan RG , is Tangens van het punt A , door de 9 *Def. en 15 en 22 Propositionen*, (§ 114, 115 en 129.) derhalven de halve Applicate AS op de As hebbende getrokken, is

$AC, CP :: Cn, CR :: RT, AS :: CT, AC$. § 95. en 4 *Pr. 6 B.* derhalven $AC, CP :: CT, AC$. 11 *Prop. 5 Boek.*

en $ACq = CP \times CT$. 6 *Prop. 5 Boek.*

Dat te bewyzen was.

G E-

G E V O L G.

§ 132. Ll en Gg regthoekig op de verlengde Middellyn AC hebbende getrokken, zo is

$$AL, PG :: Ll, Gg. \text{ 4 Prop. 6 Boek.}$$

$$\text{en } AL, PG :: AC, PC :: CT, AC. \text{ uit 't bew.}$$

$$\text{daarom } CT, AC :: Ll, Gg. \text{ 11 Prop. 5 Boek.}$$

$$\text{en } CT \times Gg = AC \times Ll. \text{ 6 Prop. 5 Boek.}$$

$$\text{ofte } \triangle TGC = \triangle ALC.$$

Voorts KI evenwydig aan Ln hebbende getrokken, wordt eveneens, als in de 19 en 20 Propositionen met haare Gevolgen beweezen, dat de

$$\triangle KGN = \triangle NMH \text{ is.}$$

XXIV. PROPOSITIE.

§ 133. Indien OB en WY , (*Tab. 7. Fig. 16.*) uit de Tangens TGW , evenwydig aan nM , de Tangens van het punt A , zyn getrokken, zo is

$$GOq, GWq :: BO \times OF, YW \times WX.$$

D E M O N S T R A T I E.

Trekt door F , en uit X de lynen HN , en XV evenwydig aan TG , dan is de

$$\triangle TOI, \triangle HFI :: OIq, IFq. \text{ 14 Prop. 6 Boek.}$$

$$\text{derh. } \triangle TOI - \triangle HFI, OIq - IFq :: \triangle HFI, FIq. \text{ 14 Pr. 5 B.}$$

$$\text{maar de } \triangle TWZ, WZq :: \triangle HFI, FIq. \text{ 14 Pr. 6 B.}$$

$$\text{derh. } \triangle TOI - \triangle HFI, OIq - IFq :: \triangle TWZ, WZq. \text{ 11 Pr. 5 B.}$$

$$\text{ofte } TOFH, BO \times OF :: \triangle TWZ, WZq. \text{ 6 Pr. 2 B. en op ge-}$$

$$\text{lyke wyze } TWXV, YW \times WX :: \triangle TWZ, WZq.$$

$$\text{derh. } TOFH, TWXV :: BO \times OF, YW \times WX.$$

$$\text{ofte } \triangle KOG, \triangle aGW :: BO \times OF, YW \times WX. \text{ § 123.}$$

maar $\triangle KOG \triangle aGW :: GOq, GWq$. 14 Pr. 6 Boek.

derh. $GOq, GWq :: BO \times OF, YW \times WX$. 11 Pr. 5 B.

Dat te bewyzen was.

G E V O L G.

§ 134. $GOq, GWq :: BO \times OF, YW \times WX$. uit 't beweez.

en $GMq, GOq :: AMq, BO \times OF$. op dezelfde wyze.

derh. $GMq, AMq :: GWq, YW \times WX$. 19 Pr. 5 B.

maar als $GO = GW$ is, dan is $BO \times OF = YW \times WX$,

en $GM = GW$ zynde, heeft men $AMq = YW \times WX$.

20 Def. 5 Boek en het beweezene.

XXV. PROPOSITIE.

§ 135. Indien EI (Tab. 7. Fig. 17.) een halve Ordinate is van het Brandpunt E, GI een Tangens van het punt I; en door G, regthoekig op de As, getrokken is een onbepaalde regte lyn, en eindelyk uit de punten van de Hyperbola C, I, M enz. zyn getrokken CS, IQ, MD evenwydig aan de As AF: dan zullen de lynen EF, EC, EI, EM evenreedig zyn aan de lynen FG, CS, IQ, MD.

DEMONSTRATIE.

Laat IG voortgetrokken zynde, de tweede As ontmoeten in P, dan heeft men

$AE \times EF, EIq :: BF, EI$. § 91 en 92.

derh. $AE \times EF, EI :: BF, 1$. 12. Prop. 5 Boek.

ofte $BE \times EG, EI :: BF, 1$. § 121.

daarom $BE, BF :: EI, EG$. 20 Prop. 5 Boek.

en $BP, BG :: EI, EG$. 4 Prop. 6 Boek.

derhalven $BE, BF :: BP, BG$. 11 Prop. 5 Boek.

en

en $EB \times BG = FB \times BP$. 6 *Prop. 5 Boek.*
 maar $EB \times BG = FBq$. § 95.

daarom $FBq = FB \times BP$. 1 *Ax.*

en $FB = BP$. 8 *Ax.*

Ten 2^{den}. $AE, BE :: EG, EF$. § 121.
 derh. $AE - BE, EG - EF :: BE, EF$. 14 *Pr. 5 B.*
 ofte $BP, GF :: BE, EF$. uit het reeds beweezene.
 en $BP, HF :: BG, GF$. 4 *Prop. 6 Boek.*

derh. $BPq, HF :: BE \times BG, EF$. 17 en 12 *Pr. 5 B.*
 maar $BPq = BFq = BE \times BG$. § 95.

daarom $HF = EF$. 20 *Def. 5 Boek.*

Ten 3^{den}. $VT \times TM, HFq :: ITq, IHq$. § 134.
 en $ELq, EFq :: ITq, IHq$. 2 *Pr. 6 B. en 18 Pr. 5 B.*

derh. $VT \times TM, HFq :: ELq, EFq$. 11 *Prop. 5 B.*
 maar $HFq = EFq$. uit 't beweez.

derhalven $VT \times TM = ELq$. 20 *Def. 5 Boek.* en
 $VT \times TM + MLq = ELq + LMq = EMq$. 3 *Ax. 32 Pr. 1 B.*
 edog $VT \times TM + MLq = LTq$. 6 *Prop. 2 Boek.*

daarom $LTq = EMq$. 1 *Ax.*

en $LT = EM$.

Ten 4^{den}. $WR \times RC, HFq :: IRq, IHq$. § 134.
 en $NEq, FEq :: IRq, IHq$. 2 *Pr. 6 B. en 18 P. 5 B.*

derh. $WR \times RC, HFq :: NEq, FEq$. 11 *Pr. 5 B.*

maar $HFq = FEq$. 2^{de} beweezene.

derhalven $WR \times RC = NEq$. 20 *Def. 5 Boek.* en
 $WR \times RC + NCq = NEq + NCq = ECq$. 3 *Ax. 32 Pr. 1 B.*

maar

maar $WR \times RC + NCq = NRq$. 6 Prop. 2 Boek.

bygevolg $NRq = ECq$. 1 Ax.

en $NR = EC$.

Eindelyk is

$GF, FH :: GN, NR :: GE, EI :: GL, LT$. 4 Pr. 6 B.
of $GF, FE :: SC, EC :: QI, EI :: DM, EM$. 2^{de}, 3^{de}, en 4^{de} bew.

Dat te bewyzen was.

XXVI. PROPOSITIE.

§ 136. Gegeeven zynde de beide halve Asfen CB, CD (Tab. 7. Fig. 18.) om de Hyperbola door punten te beschryven.

O P L O S S I N G.

Beschryft, met de halve Asfen CB en CD als radiën, uit het middelpunt C, twee halve ronden, die de As snyden in F en B; en beschryft daar en boven, als men twee punten begeert te vinden, uit het zelfde middelpunt C, maar met radiën die grooter dan CB zyn, nog twee halve ronden; en regt op, uit de punten B en F, twee onbepaalde lynen regthoekig op AB, welke eerſte een der laatst beschreevene ronden snydt in Z, en de andere in K; trekt dan uit E, en I, alwaar de beide laatste halve ronden de As snyden, twee lynen evenwydig aan BK; en trekt uit C, tot de punten Z en K twee lynen; welke de perpendicularaare lyn, uit F getrokken, snyden in N en G; en maakt eindelyk $EM = FN$ en $HI = FG$: dan zullen M en H punten van de Hyperbola zyn, welkers toppunt is B.

D E M O N S T R A T I E.

$$CE = Cl.$$

$$CB = CA.$$

daarom $BE = Al.$ 4 *Ax.*

voorts $AB = AB.$

bygevolg $AE = Bl.$ 3 *Ax.*

maar $EB = BE.$

derh. $AE \times EB = lB \times BE = BZq$ 7 *Ax.* en 8 *Pr.* 6 *B.*

voorts is $ZBq, FNq :: CBq, CFq.$ 4 *Pr.* 6 *B.* en 18 *Pr.* 5 *B.*

bygevolg $AE \times EB, EMq :: CBq, CDq.$ uit het bew. en Constr
derhalven M een punt van de Hyperbola. § 84.

Ten tweeden, $CI = Ci.$

$$CB = CA.$$

daarom $BI = Ai.$ 4 *Ax.*

en $iB = AI.$

nog $BI = BI.$

derhalven $iB \times BI = AI \times IB = BKq.$ 7 *Ax.* en 8 *Pr.* 6 *B.*

wyders $BKq, FGq :: CBq, CFq.$ 4 *Pr.* 6 *B.* en 18 *Pr.* 5 *B.*

ofte $AI \times IB, IHq :: CBq, CDq.$ uit het beweez. en Constr.

bygevolg H een punt van de Hyperbola. § 84.

Dat te bewyzen was.

XXVII. P R O P O S I T I E.

§ 137. Als een Conus ABC (*Tab.* 7. *Fig.* 19.) gesneeden wordt door een vlak EHLKG, dat evenwijdig met de As BD van de Conus is, en regthoekig met den driehoek ABC, die door de As van de Conus gaat; zal dit vlak van doorsnyding EHLKG een Hyperbola zyn; en als FL, de gemeene sneed der Hyperbola met den driehoek ABC, tot in N, het verleng-

lengde van BC , verlengd wordt; zal het verlengde deel LN de eerste As zyn: en BM , die uit de top van de Kegel regthoekig op LN getrokken is, zal de halve tweede As zyn.

D E M O N S T R A T I E.

Dewyle BD regthoekig op de basis $AECG$ staat, 2 *Def.* 10 *Boek*; en FL evenwydig met BD is, *onderstelling*, staat ook FL regthoekig op de basis $AECG$. 8 *Prop.* 9 *Boek*; derhalven zyn de hoeken LFG en LFD regte hoeken, volgens de 4 *Prop.* 9 *Boek.* en DF , die in het vlak ABC is, regthoekig op LF , de gemeene sneed deezes driehoeks met de Hyperbola; welke el- kander regthoekig snyden, *door de onderstelling.* byge- volg is DF regthoekig op het vlak $EHLKG$. 4 *Prop.* 9 *Boek.* dat is, de $\angle DFG = \angle DFE = L$. 10 *Def.* 9 *B.* en daarom $EF = FG$. 1 *Prop.* 3 *Boek.* Vervolgens de Conus evenwydig aan de Basis gesneden zynde, door den Cirkel $PHOK$, die de Hyperbola snydt volgens HK , ende $\triangle ABC$ volgens PO : dan is HK evenwydig met EG . 15 *Prop.* 9 *Boek*, de $\angle OIK = \angle OIH = L$. 6 en 8 *Prop.* 9 *Boek.* en $HI = IK$. 1 *Prop.* 3 *Boek.* Voorts is de $\angle ABD = \angle NLB$. 12 *Prop.* 1 *Boek.*

en de $\angle ABD = \angle DBC = \angle FNB$. 4 en 12 *Pr.* 1 *B.*

derhalven de $\angle FNB = \angle NLB$. 1 *Ax.*

daarom $NM = ML$. Gevolg van de 14 *Pr.* 1 *B.*
 Eindelyk $IN, IO :: NM, MB$. }
 en $IL, IP :: LM, MB$. } 4 *Prop.* 6 *Boek.*

bygev. $NI \times IL, PI \times IO :: NM \times LM, MBq$. 17 *Pr.* 5 *B.*
 ofte $NI \times IL, IHq :: MLq, MBq$. 23 *Pr.* 3 *B.* en 't bew.

Dat te bewyzen was,

B Y V O E G Z E L.

§ 138. Indien men $AQ = 2a$ (*Tab. 7. Fig. 20.*) de Parameter van $AQ = 2p$, $IG = x$ en $IB = y$ stelt, en $AI \times IQ$, $IBq :: AG$, $\frac{1}{2}P$. is. § 91. zo is $xx - aa$, $yy :: a$, p .

ofte $yy = \frac{(xx - aa)p}{a}$, welke eigenschap men noemt de æquatic op de Hyperbola.

XXVIII. PROPOSITIE.

§ 139. Indien Cc een Applycate is van de Diameter Bb ; Tc Tangens van c , en BL Tangens van het punt B : zo is $EG \times GD = GBq$.

DEMONSTRATIE.

Laat wederom $AQ = 2a$, de Parameter van dezelve gelykaan $2p$, $GI = x$ en $IB = y$ zyn; voorts $BG = c$, $EG = v$, en cF , EH regthoekig op QF , en gestelt $FG = u$; eindelyk door E de lyn PM evenwydig aan QF getrokken hebbende,

is BG , $EG :: IG$, HG . 4 *Prop. 6 Boek.*

ofte c , $v :: x$, $\frac{vx}{c} = HG$,

bygevolg $HF = u - \frac{vx}{c} = \frac{uc - vx}{c} = PE$.

en BG , $EG :: LG$, GK . 4 *Prop. 6 Boek.*

ofte c , v , $:: \frac{aa}{x}$, $\frac{aav}{cx}$. § 95.

derhalven $FK = u - \frac{aav}{cx} = \frac{ucx - aav}{cx}$,

en $TK = \frac{aav}{cx} - \frac{aa}{u} = \frac{aavu - aacx}{cxu}$. § 95.

Maar cK , $cE :: KF$, $PE :: TK$, ME . 4 *Prop. 6 Boek.*

der-

68 GRONDBEGINZ. DER KEGELSNEEDEN.

derhalven $\frac{ucx - aay}{cx}$, $\frac{uc - vx}{c} :: \frac{aayu - aacx}{cux} : ME.$

$$\text{en } ME = \frac{(uc - vx) \times (aayu - aacx)}{(ucx - aay)cu}$$

maar TG, ME :: GD, DE. 4 Prop. 6 Boek.

derh. TG + ME, TG :: GD + DE, GD. 13 Pr. 5 B.

$$\frac{aa}{u} + \frac{(uc - vx) \times (yu - cx) aa}{(ucx - aay)cu}, \frac{aa}{u} :: v, GD.$$

$$\text{of } 1 + \frac{(uc - vx) \times (yu - cx)}{(ucx - aay) \times c}, 1 :: v, GD. 12 Pr. 5 B.$$

$$\text{dat is } - \frac{aacv + uucv - vvx + vcxx}{ccux - aavc}, 1 :: v, GD.$$

ofte $-aac + uuc - vvx + cxx, ccux - aavc :: 1, GD.$

$$\text{derh. } GD = \frac{ccux - aavc}{cuu - aac + cxx - vvx} = \frac{(ucx - aay)cc}{ccuu - aacc + ccxx - cvux}$$

daar en boven is BIq, c F q :: LIq, KFq. 14 Pr. 6 Boek.

$$\text{ofte } \left(\frac{xx - aa}{a}\right)p, \left(\frac{uu - aa}{a}\right)p :: \left(\frac{xx - aa}{x}\right)^2, \left(\frac{ucx - aay}{cx}\right)^2 \S 91 \& 95$$

$$\text{ofte } 1, uu - aa :: \frac{xx - aa}{xx}, \frac{uuccxx - 2aacvux + a^4vv}{ccxx}$$

$$\text{en } ccuuxx - aaccxx - aaccuu + a^4cc = uuccxx - 2aacvux + a^4vv$$

$$\text{bygev. } -ccxx - ccuu + aacc = -2cuvx + aavy$$

$$\text{en } aacc - ccxx + 2cuvx - aavy = ccuu$$

$$\text{derh. } GD = \frac{(ucx - aay)cc}{aacc - ccxx + 2cuvx - aavy - aacc + ccxx - cvux}$$

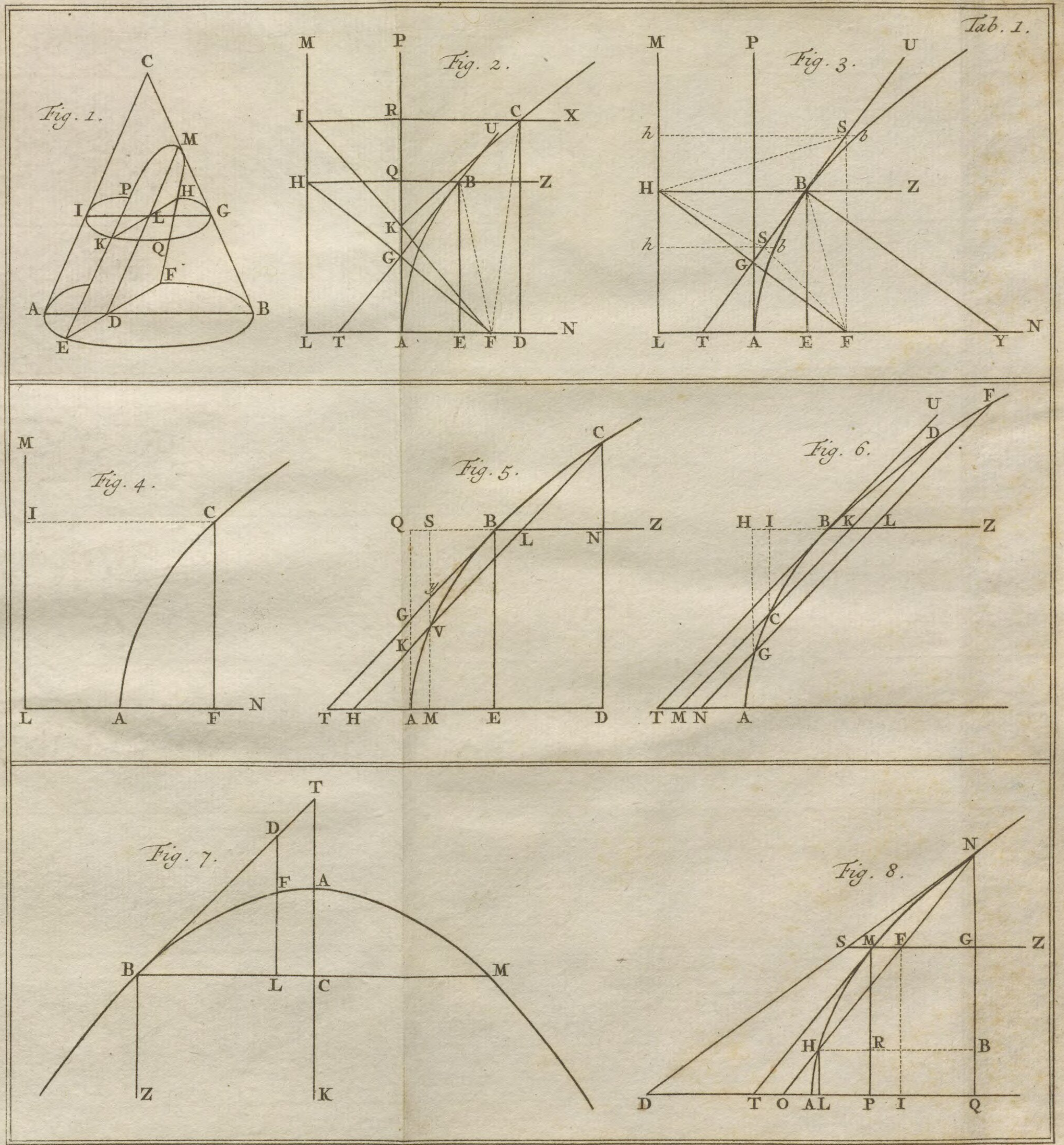
$$\text{ofte } GD = \frac{(ucx - aay)cc}{cvux - aavy} = \frac{(ucx - aay)cc}{(ucx - aay)v} = \frac{cc}{v}$$

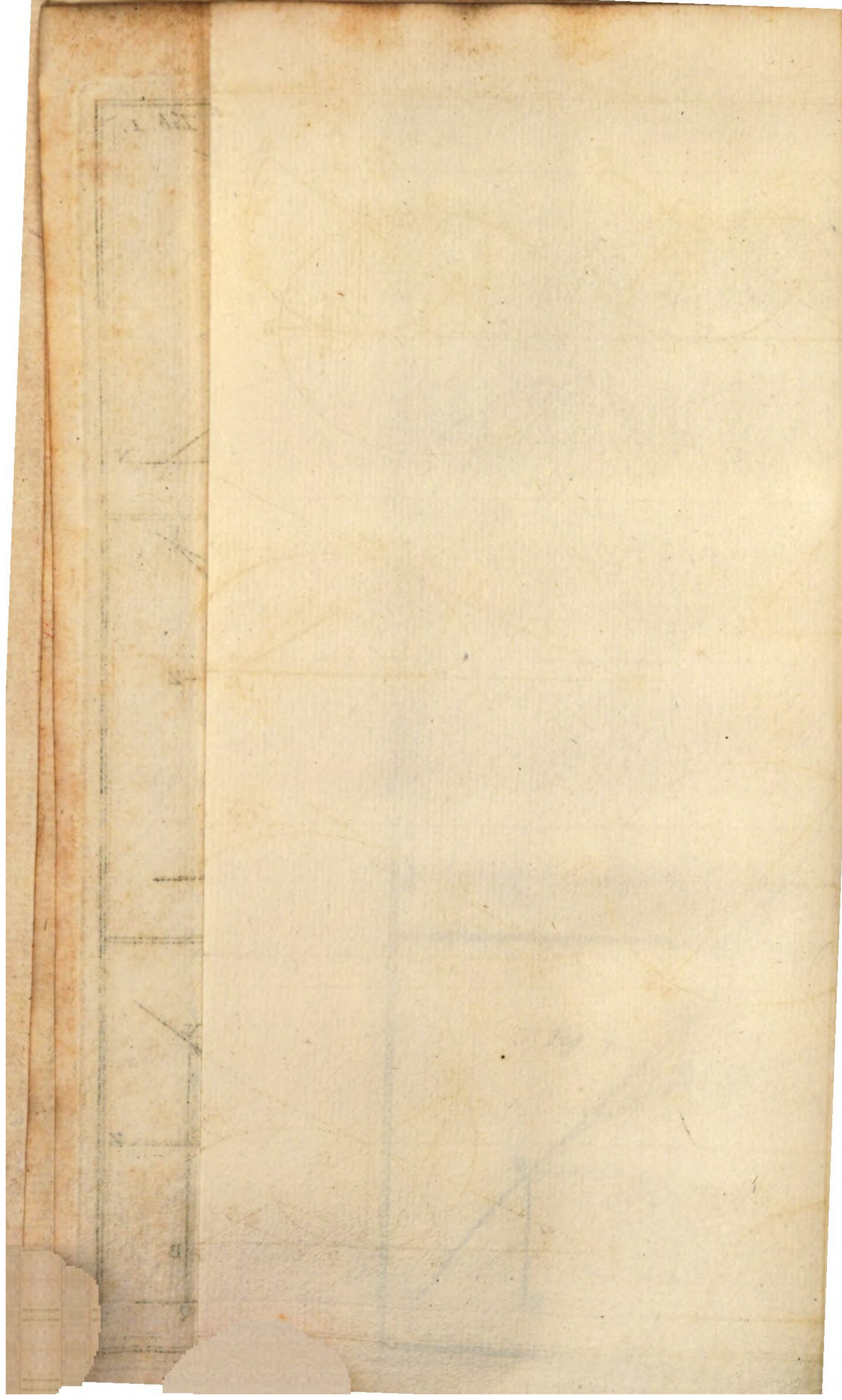
$$\text{derhalven } GD = \frac{GBq}{GE}$$

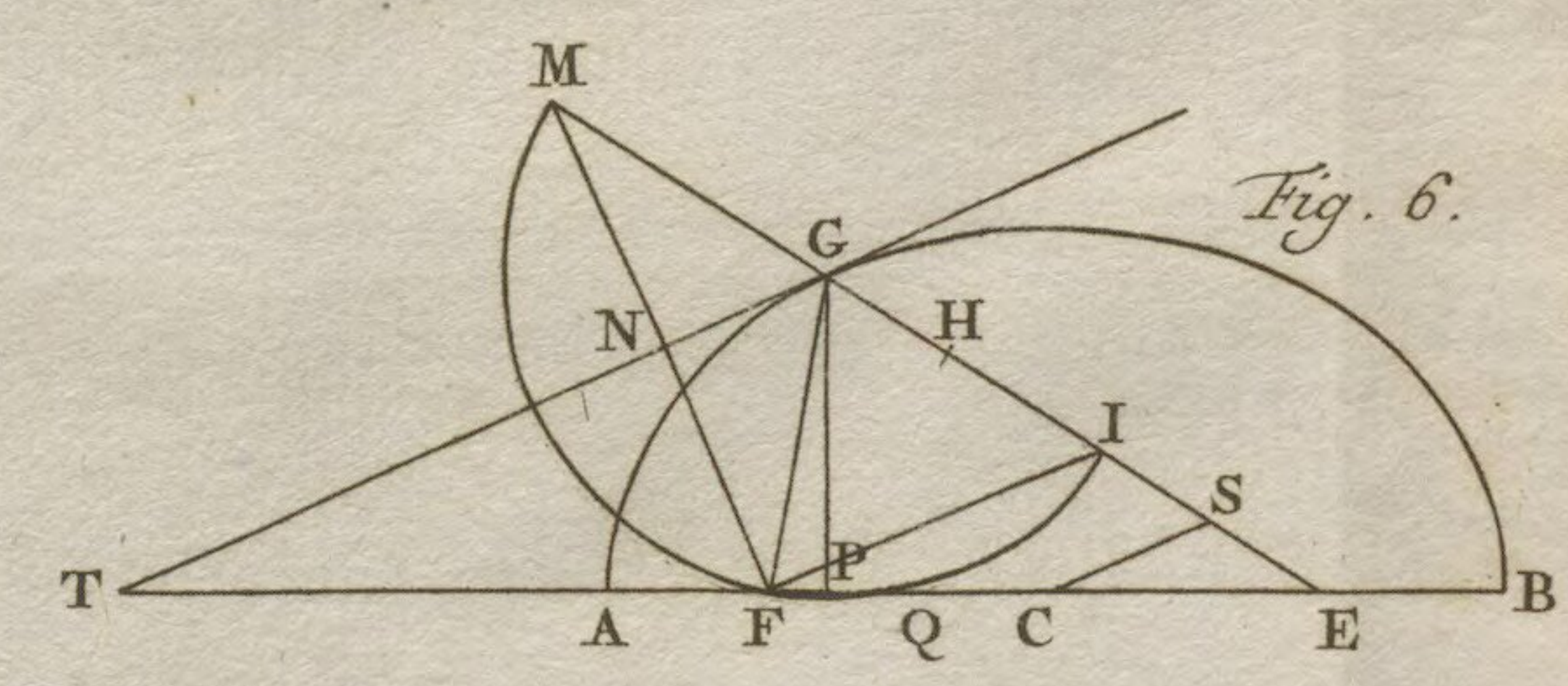
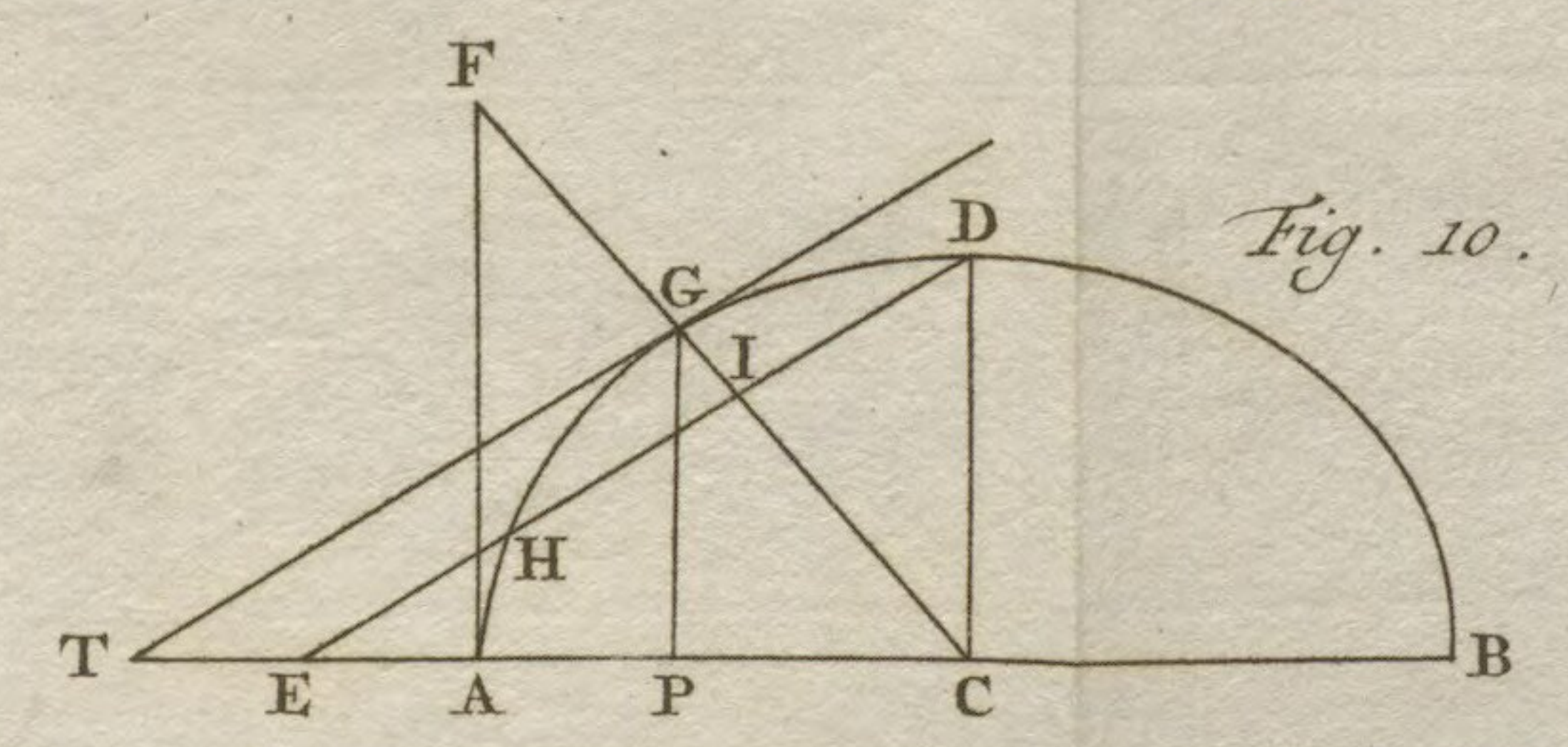
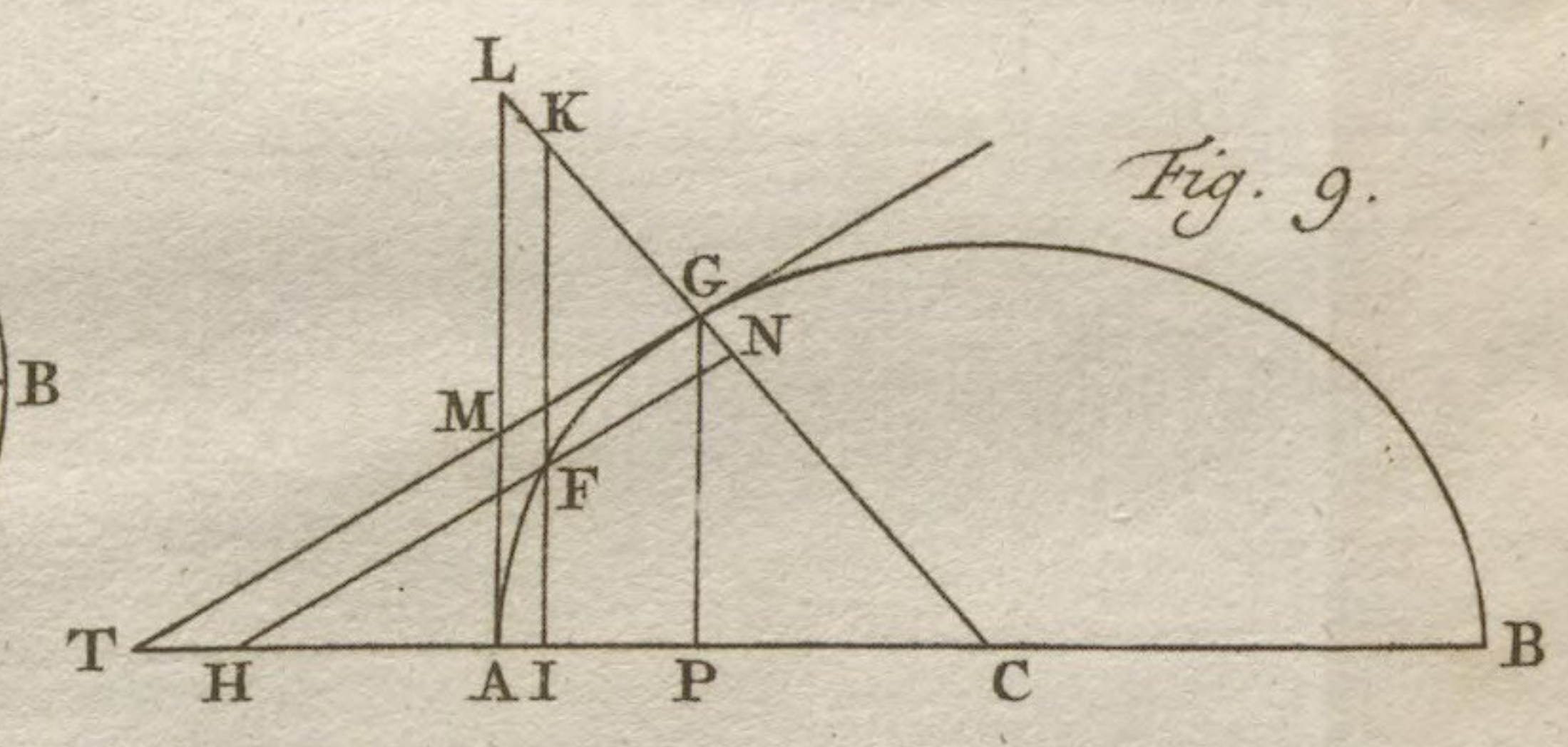
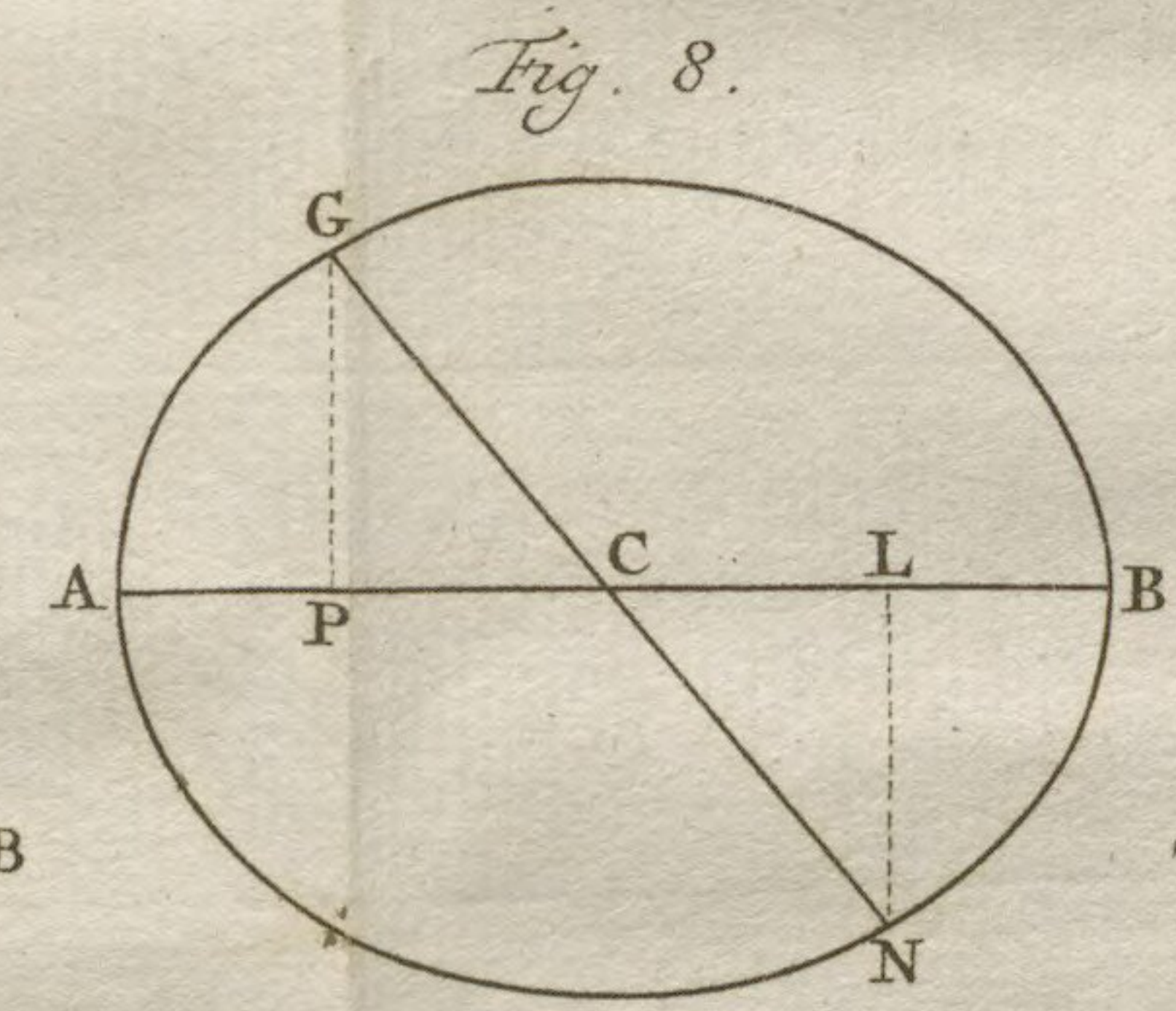
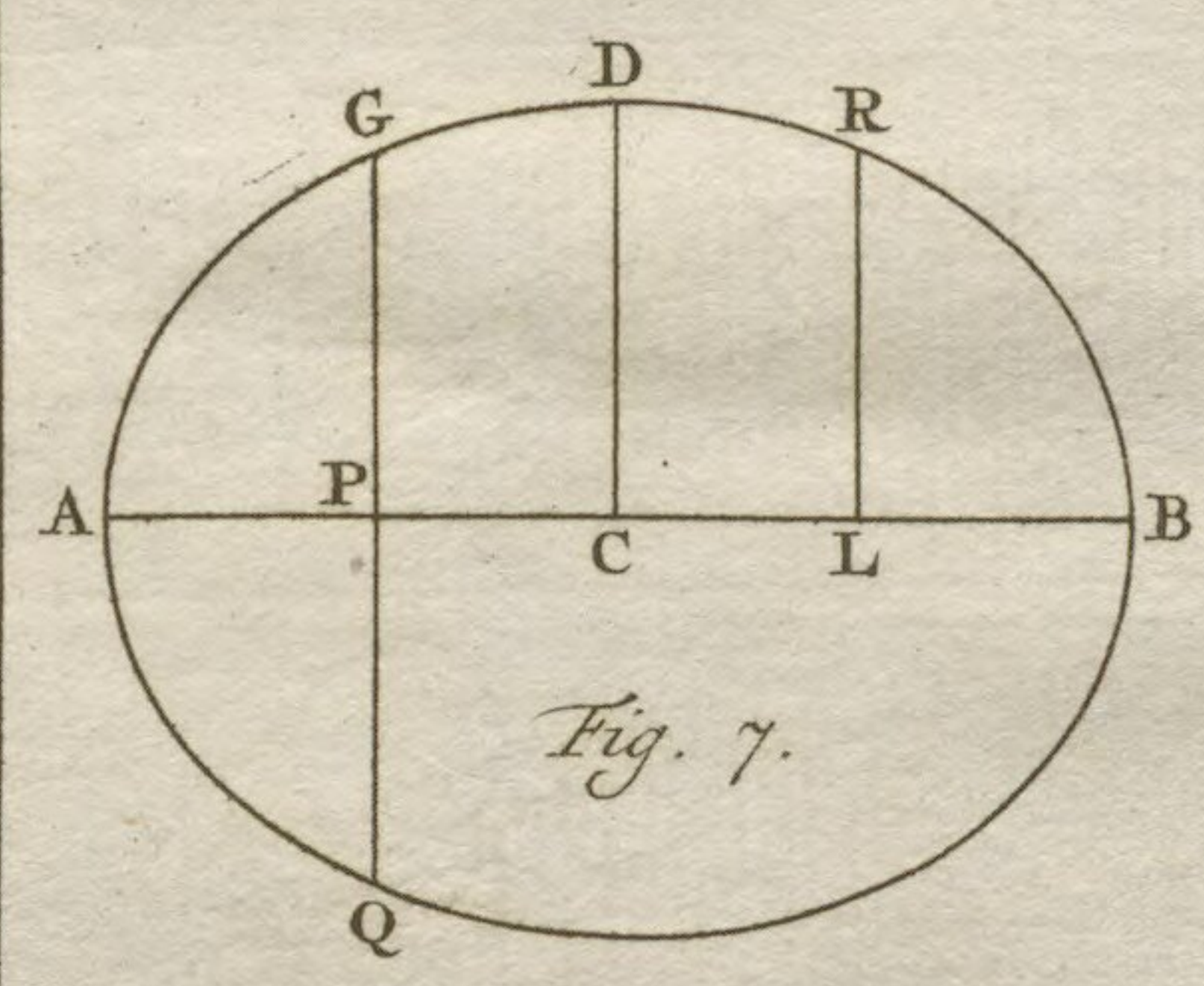
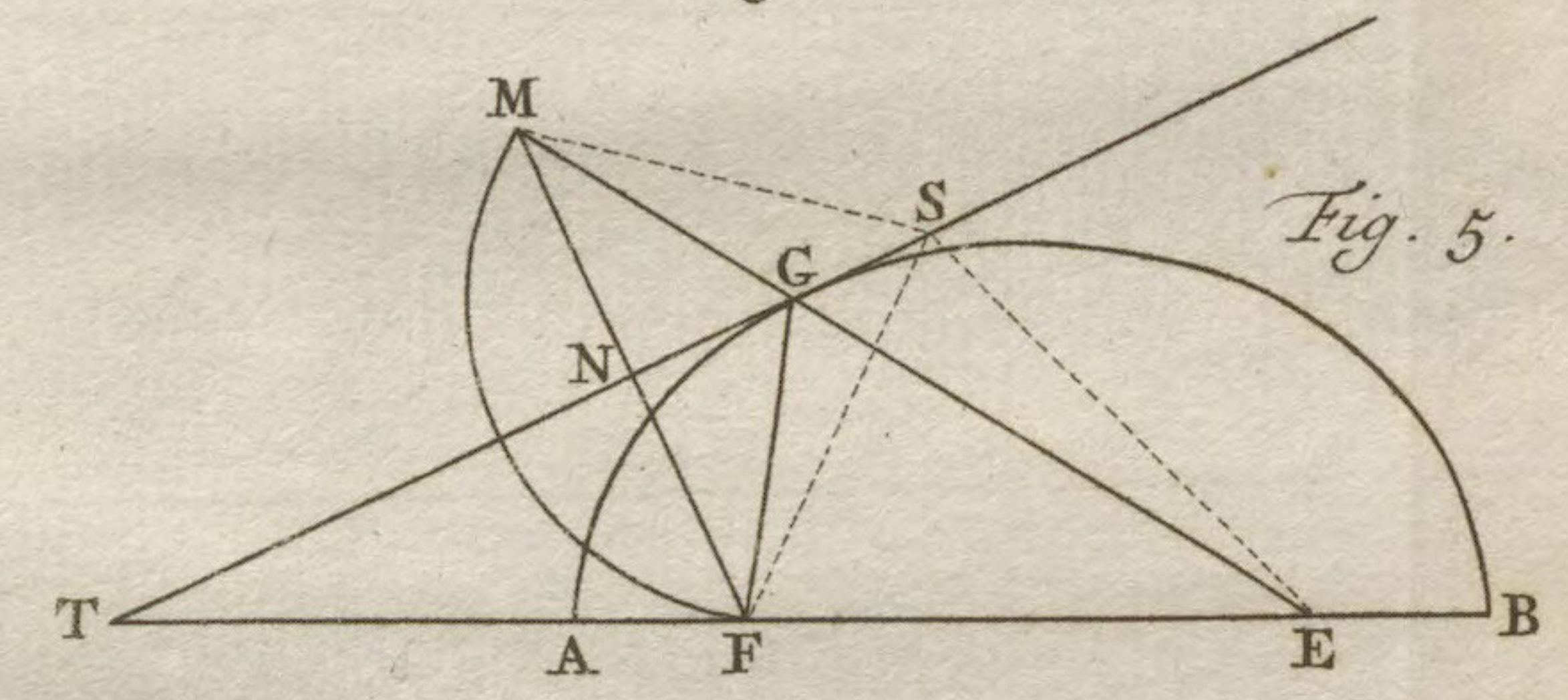
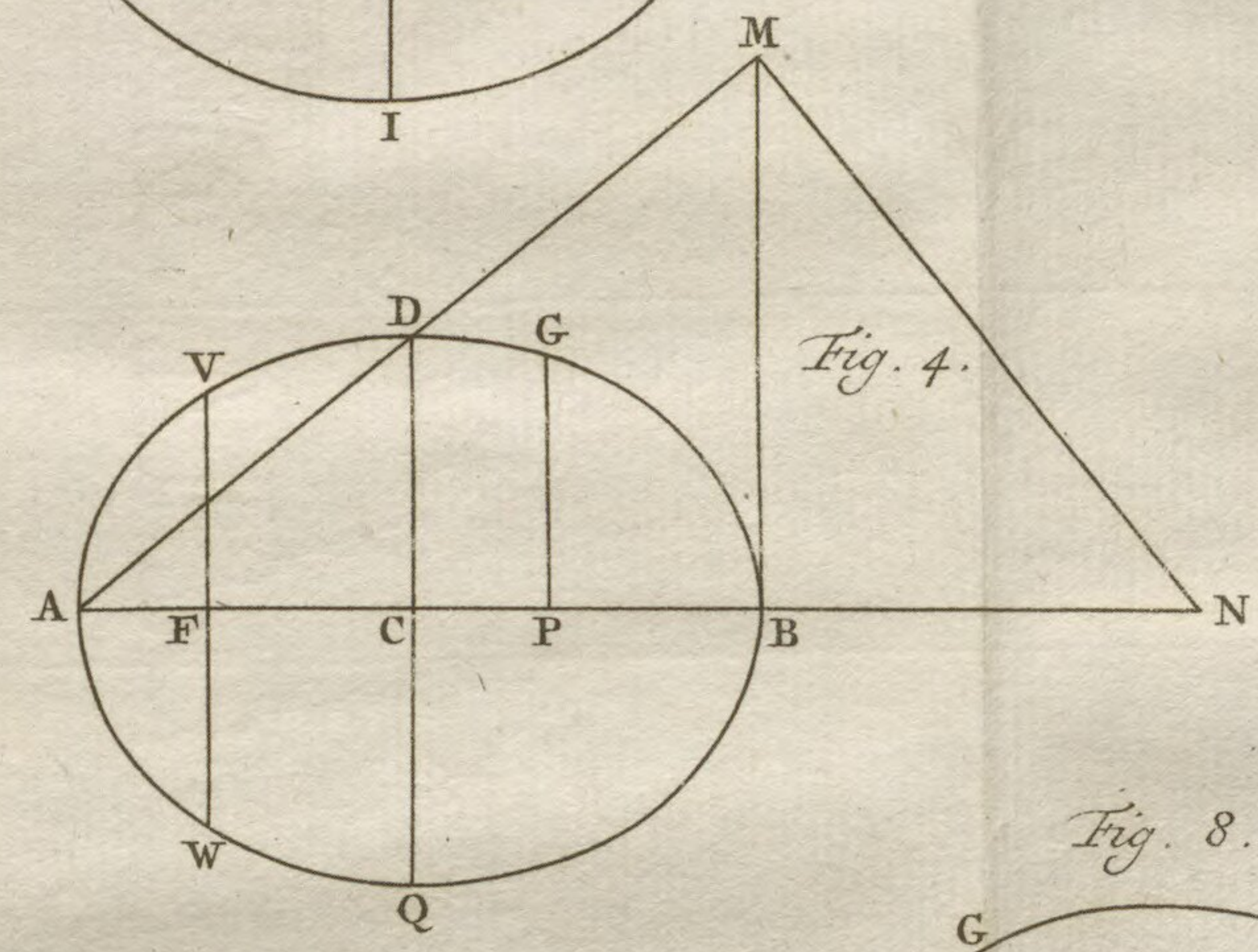
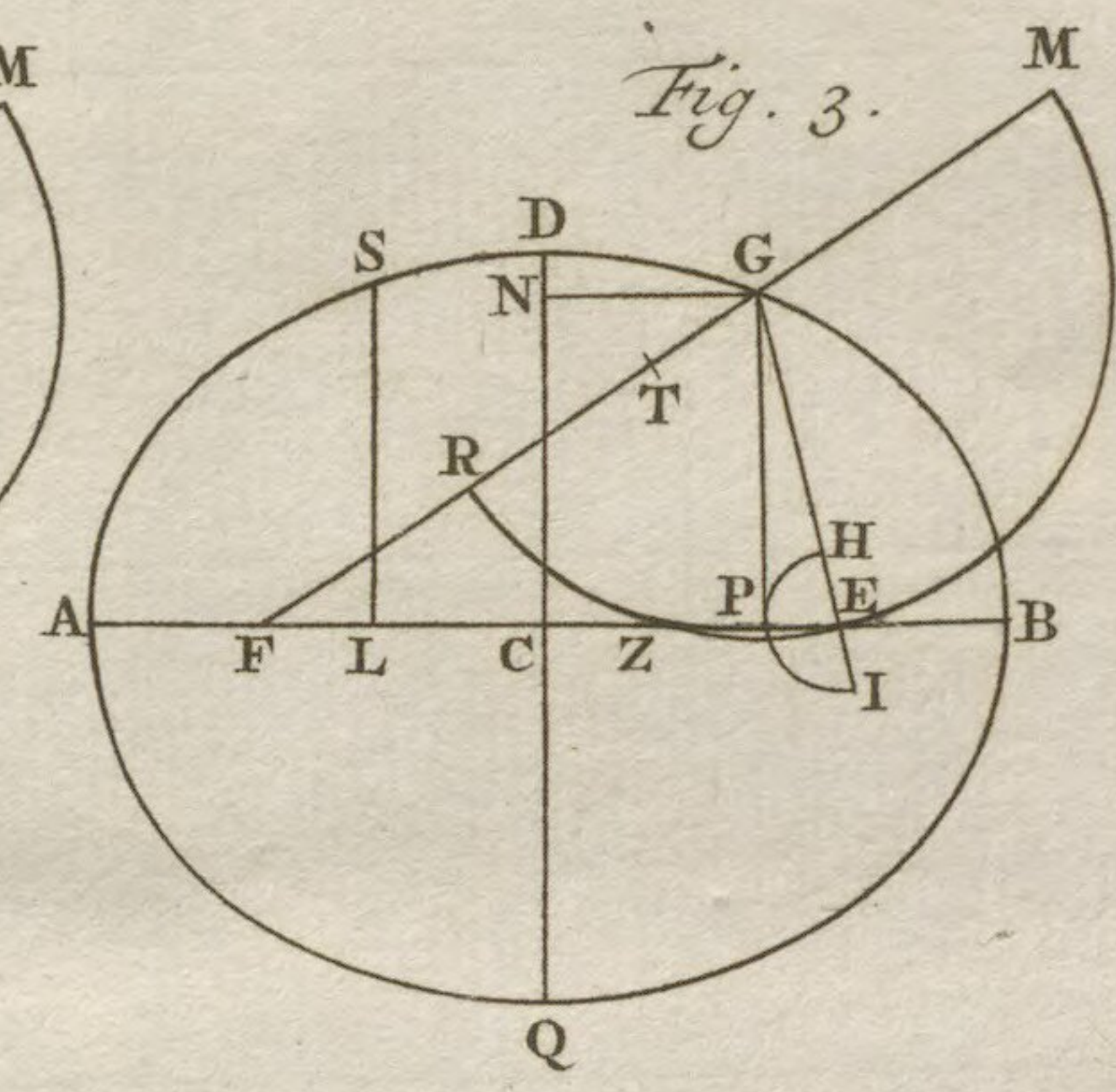
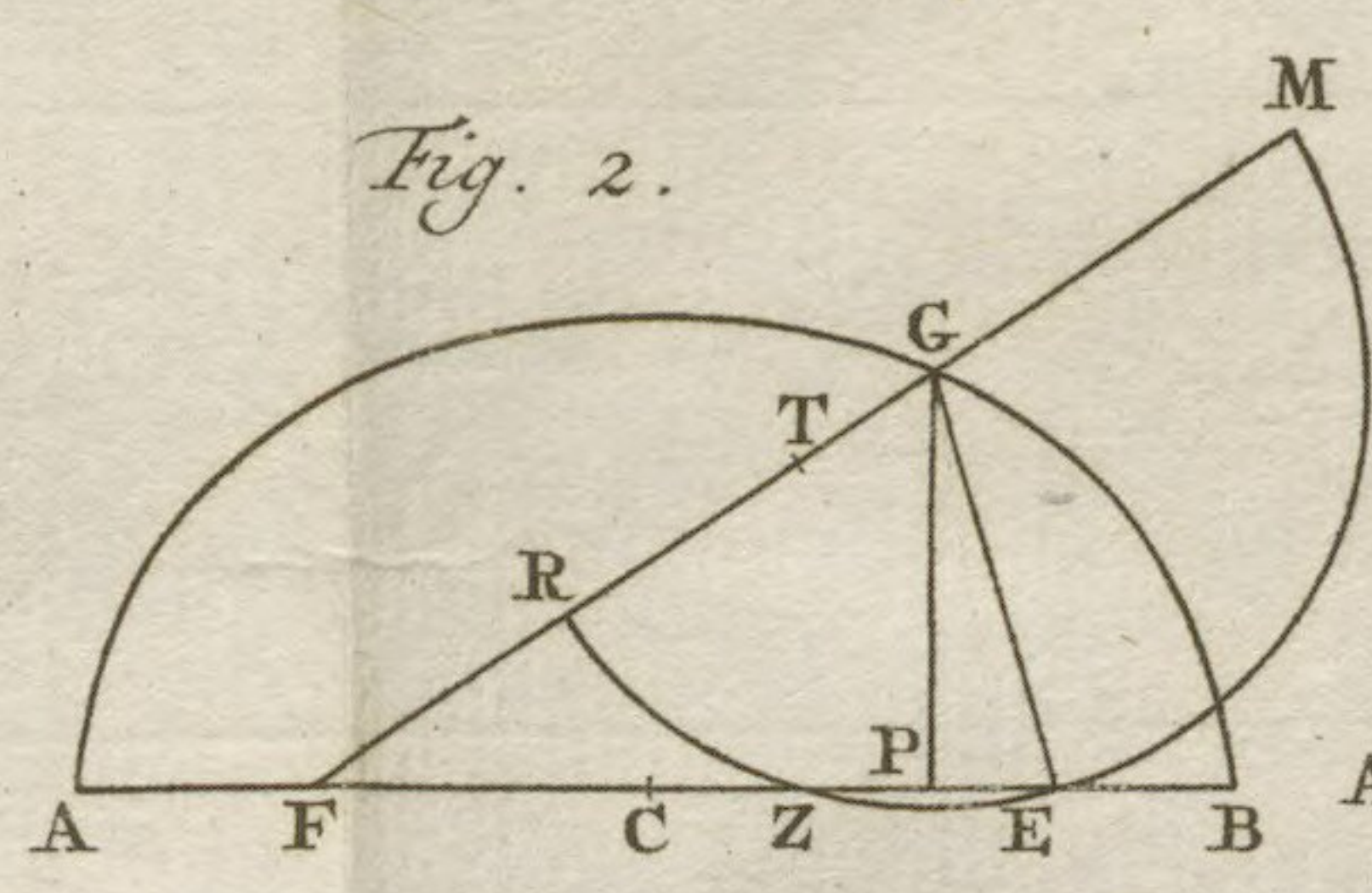
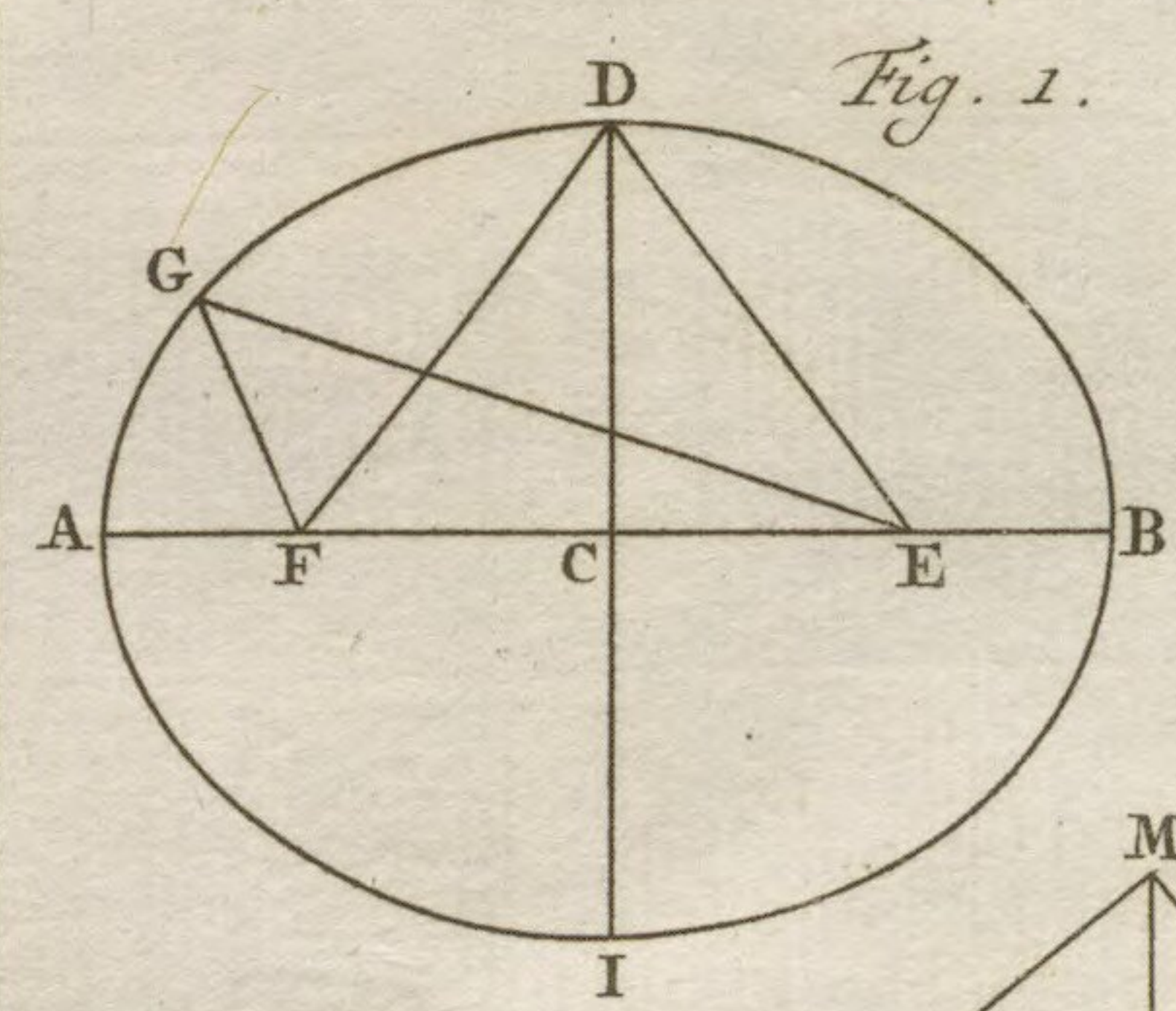
$$\text{en } DG \times GE = GBq.$$

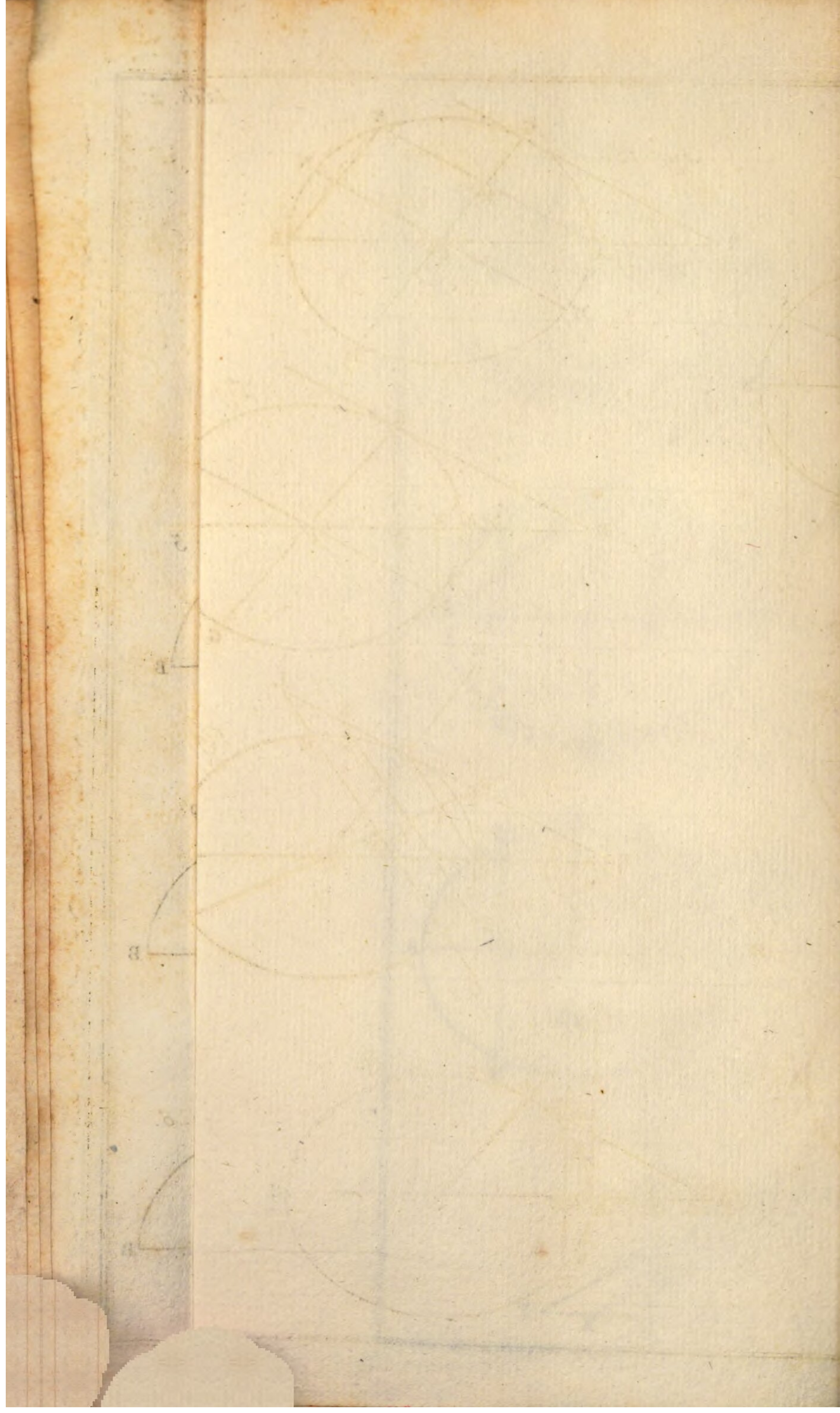
Dat te bewyzen was.

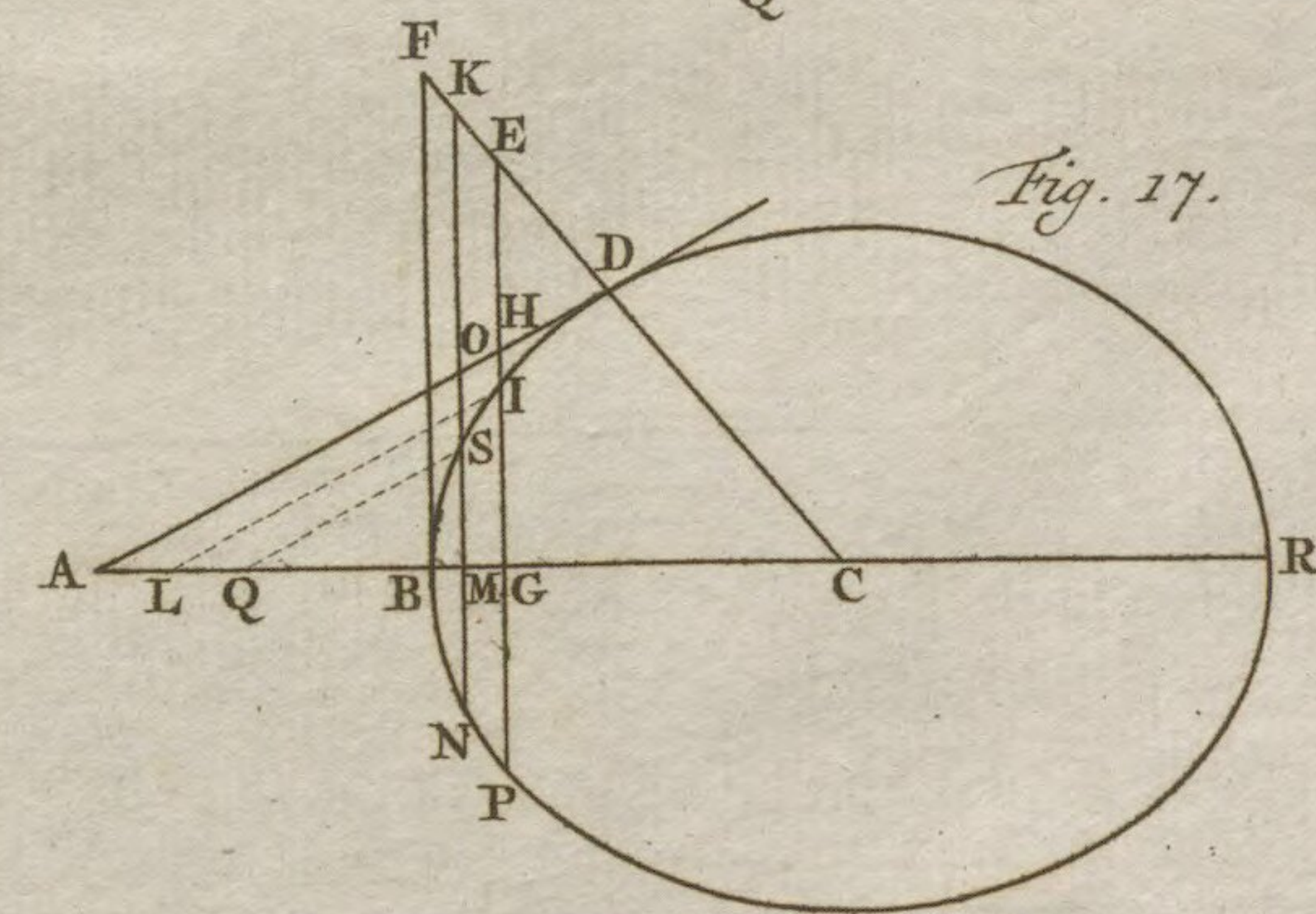
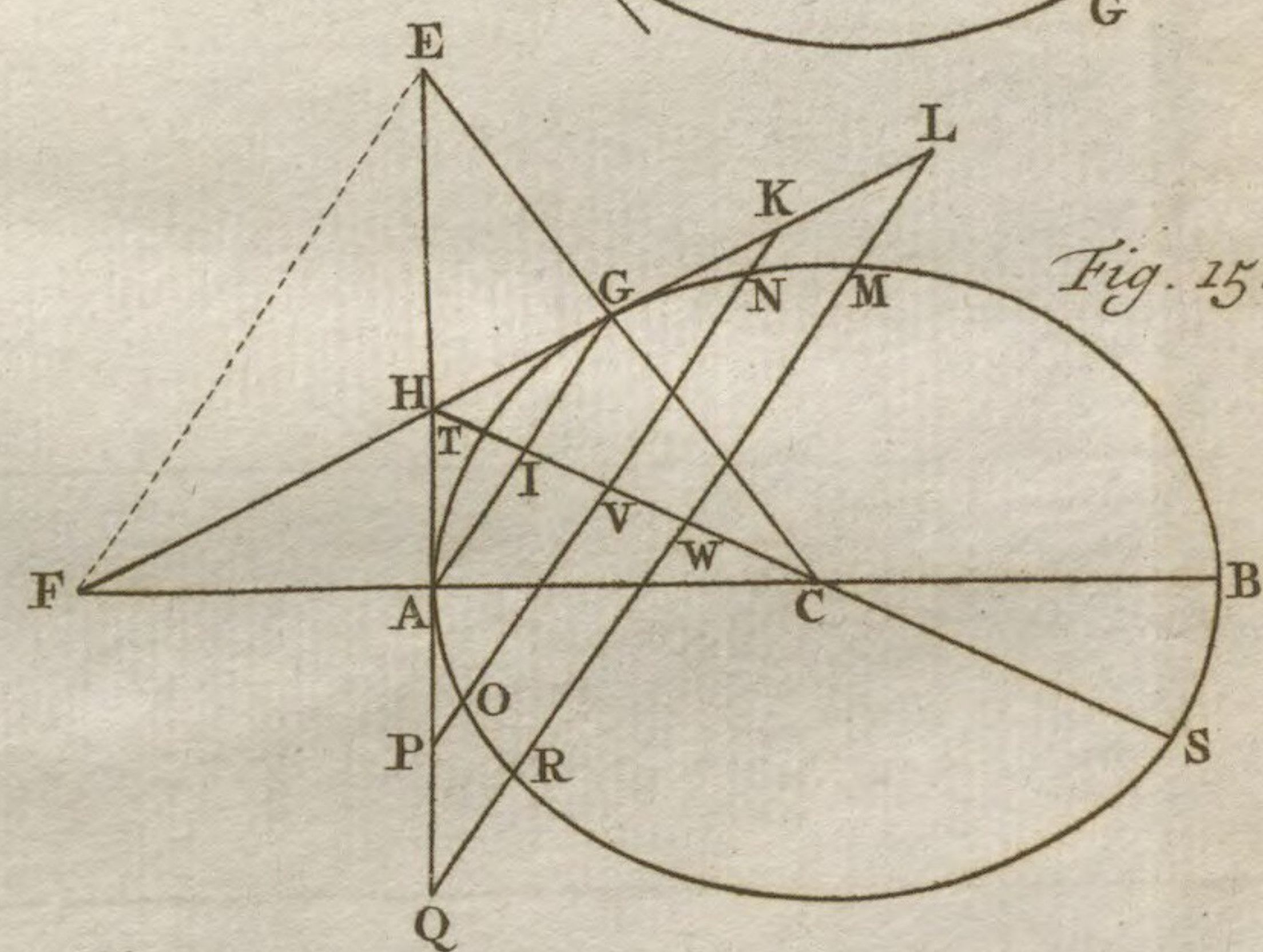
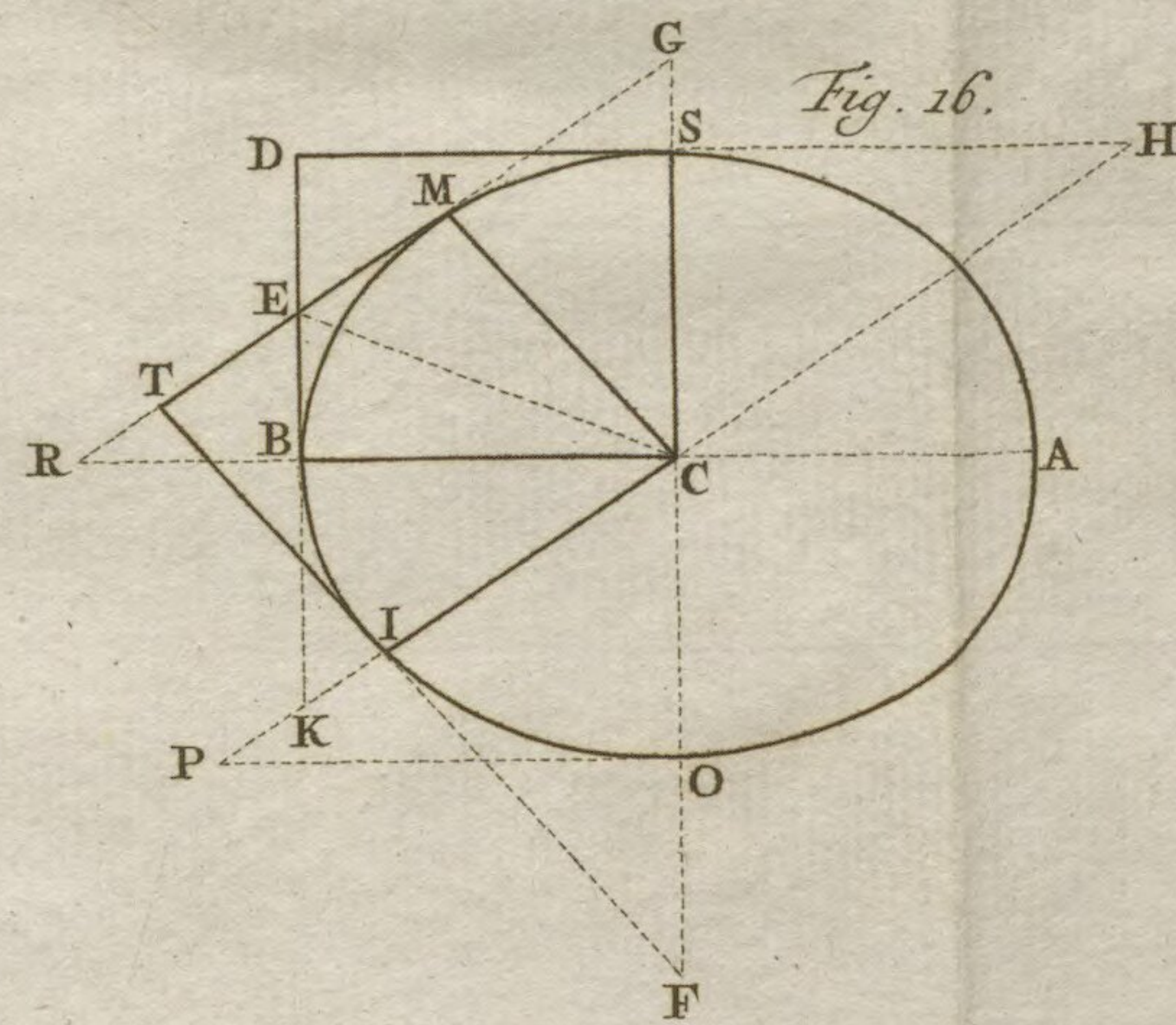
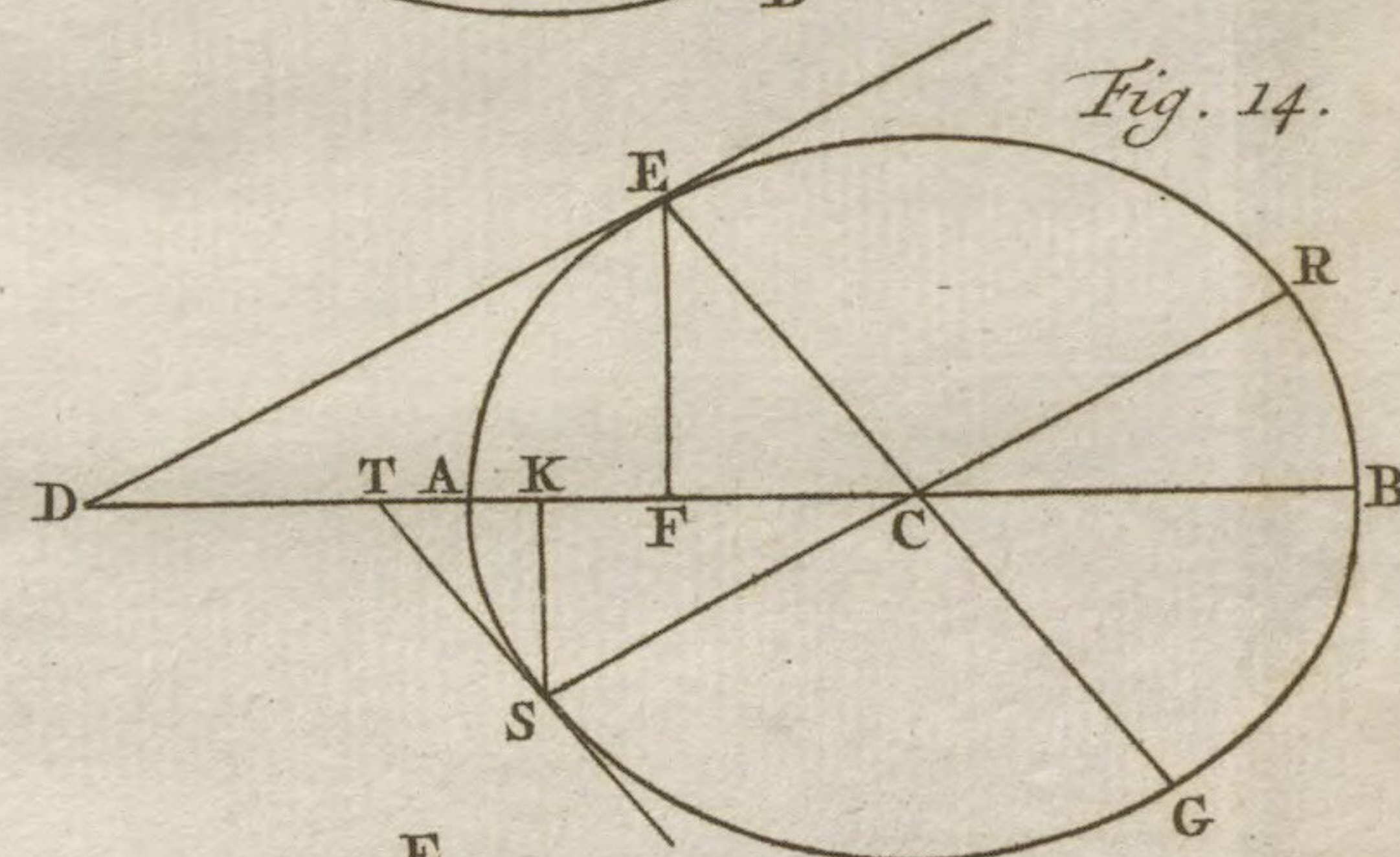
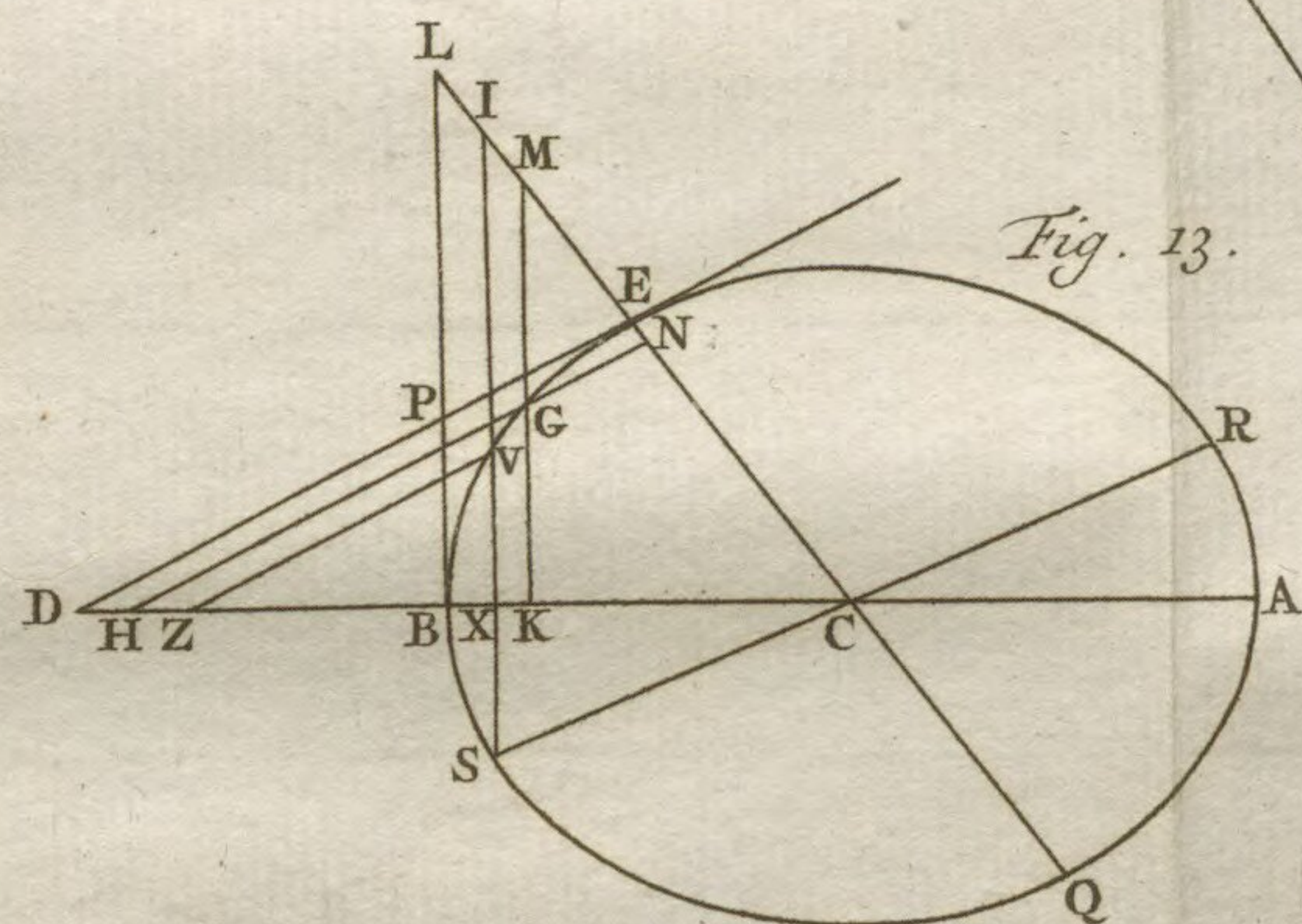
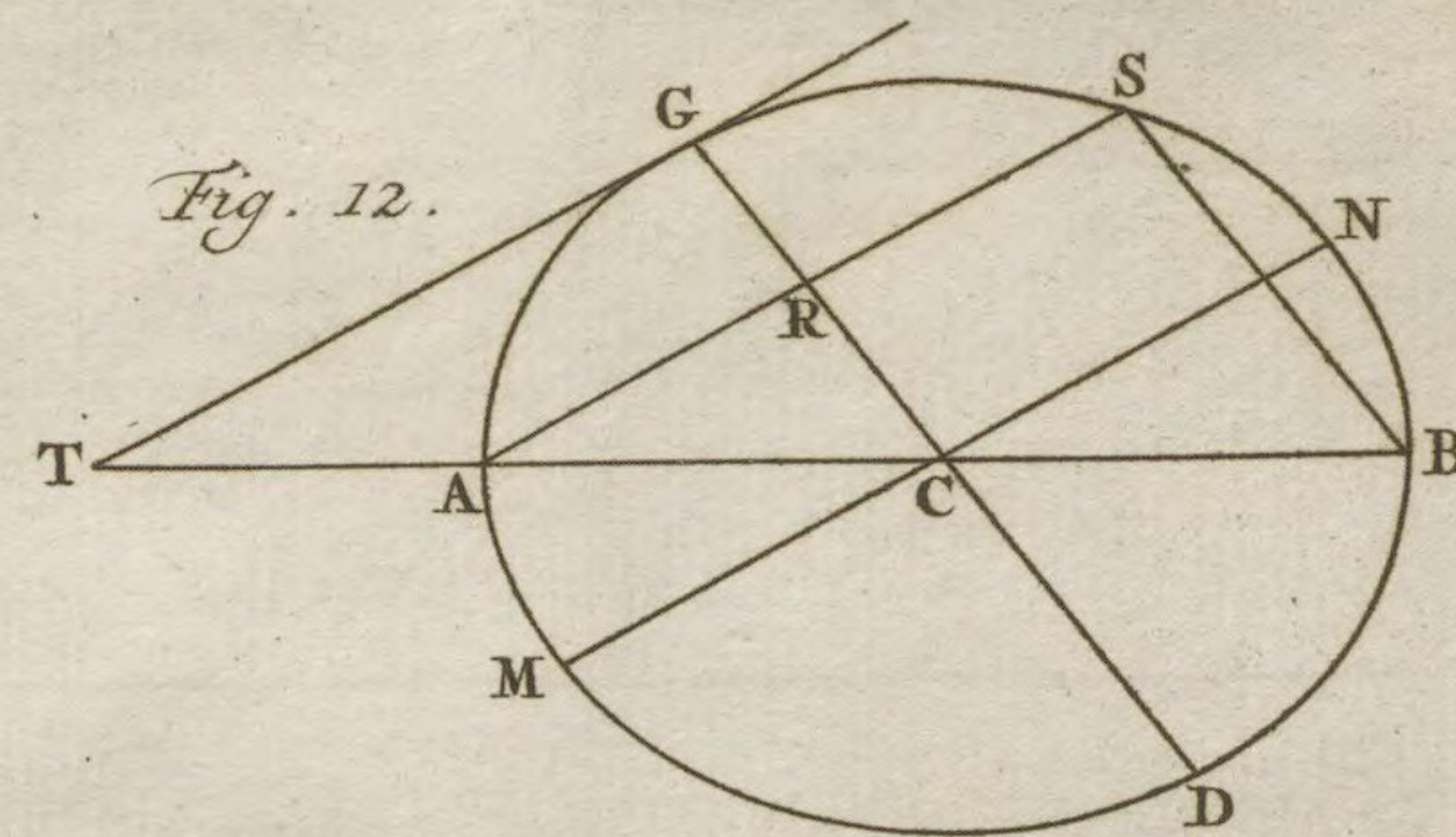
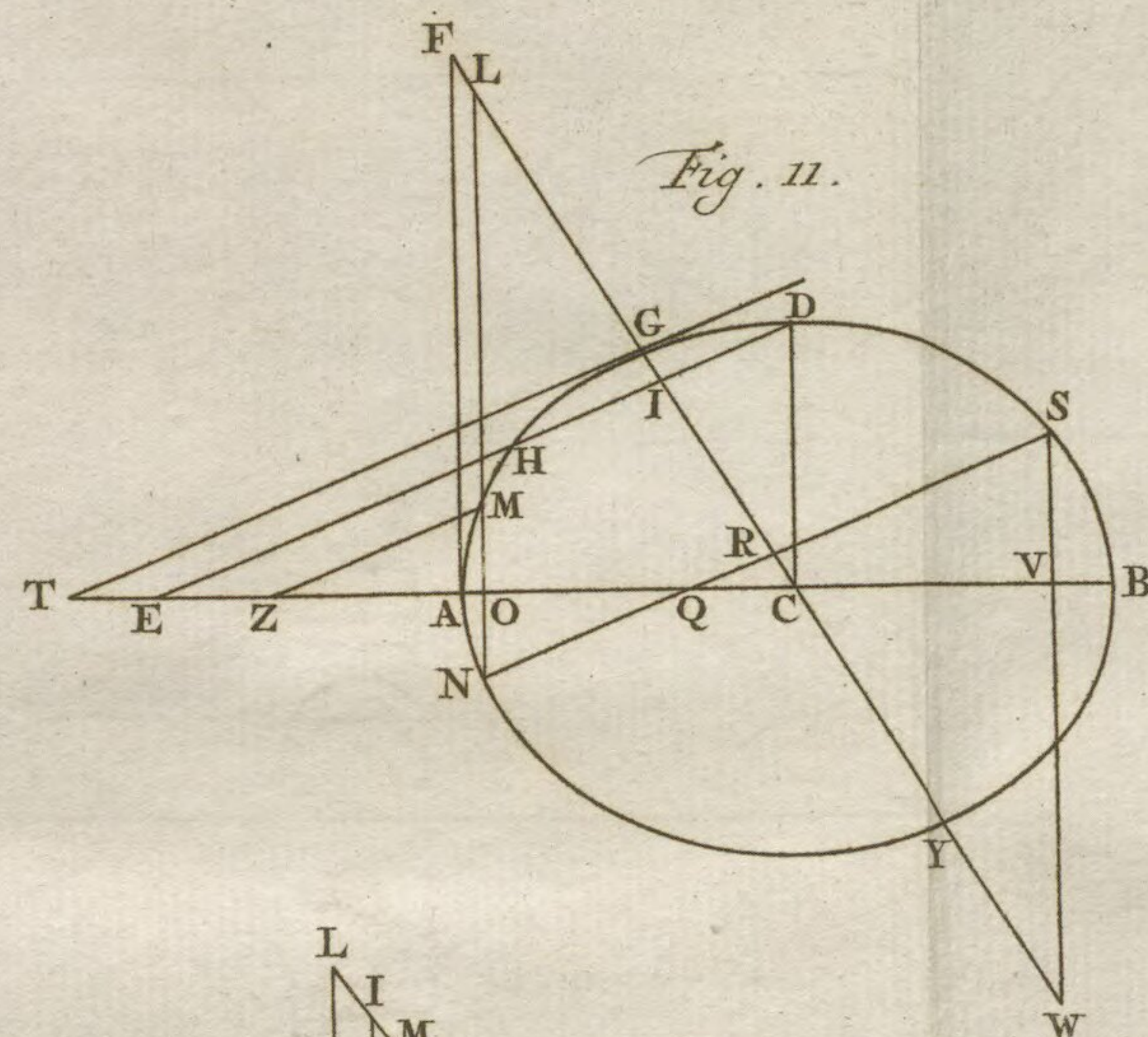
E I N D E.



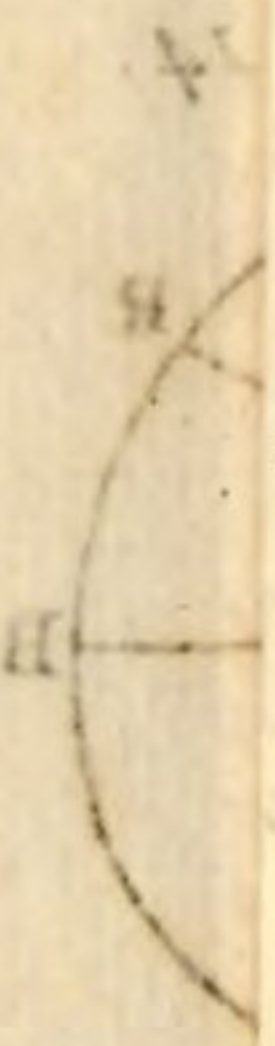




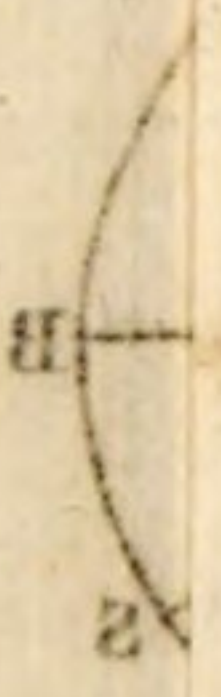


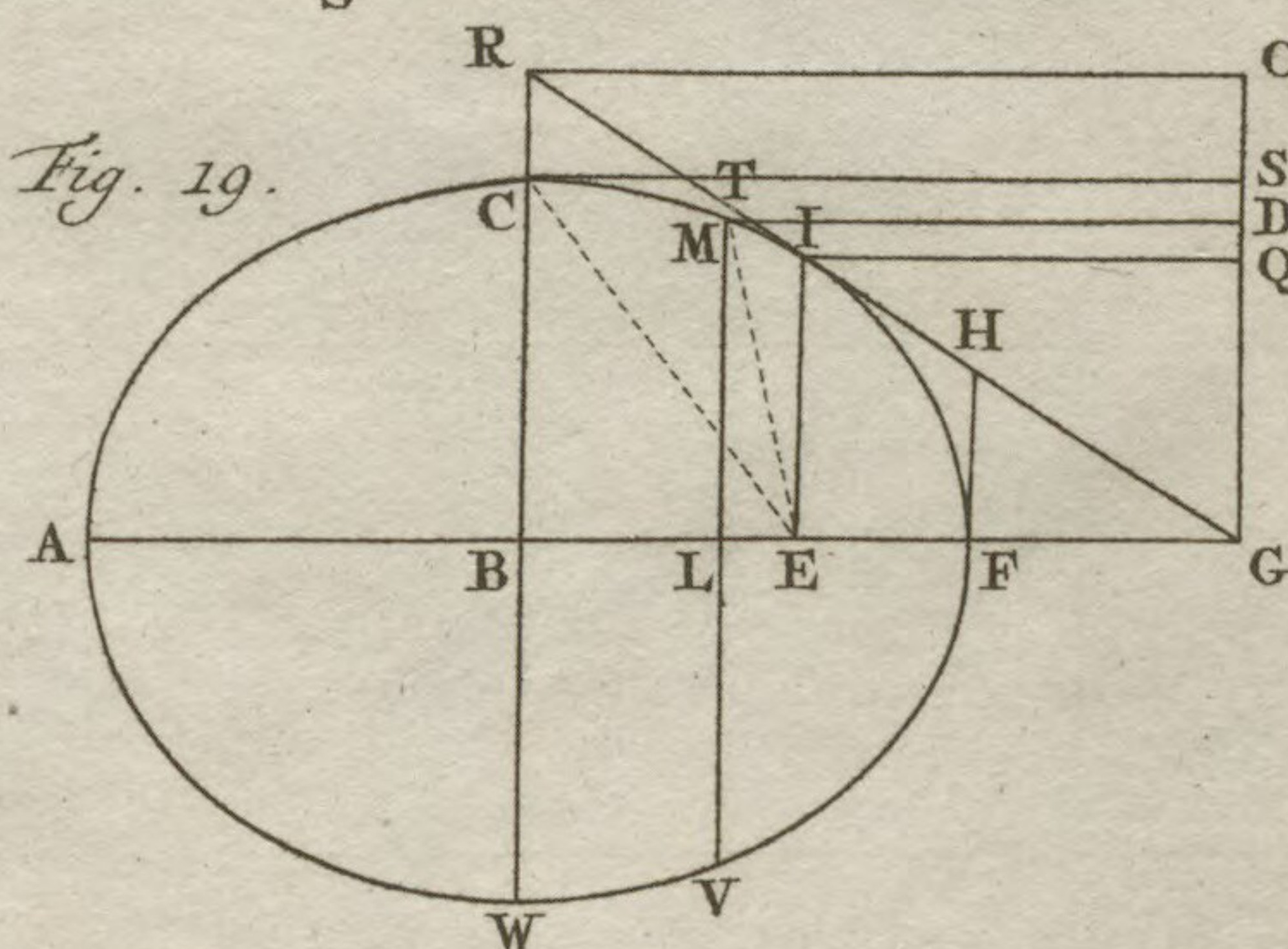
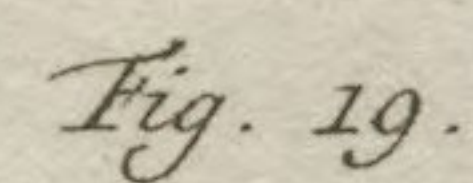
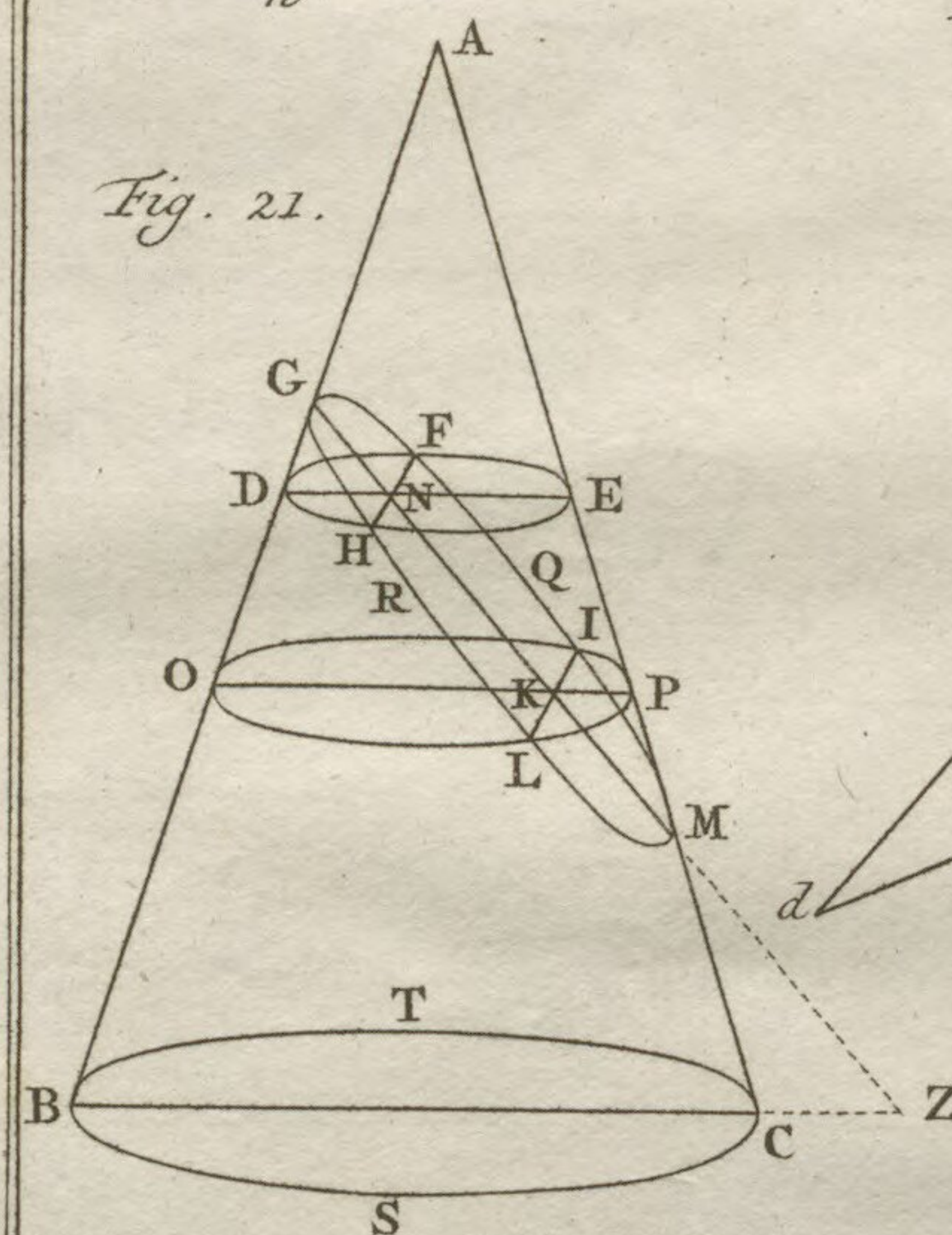
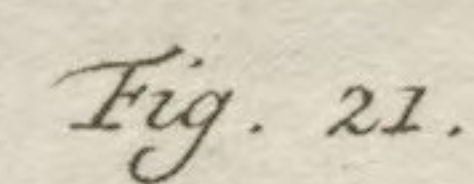
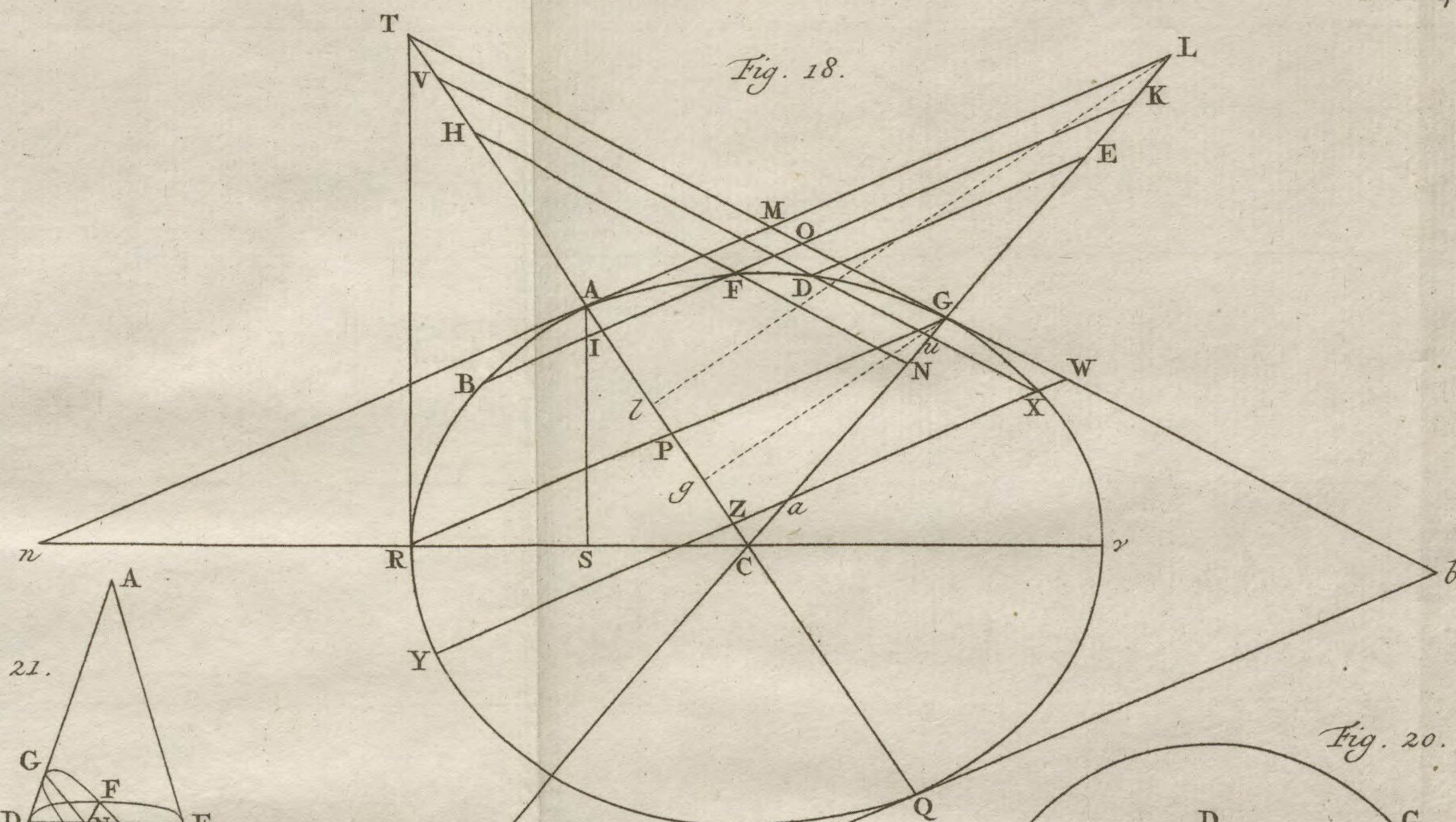


3



12





4

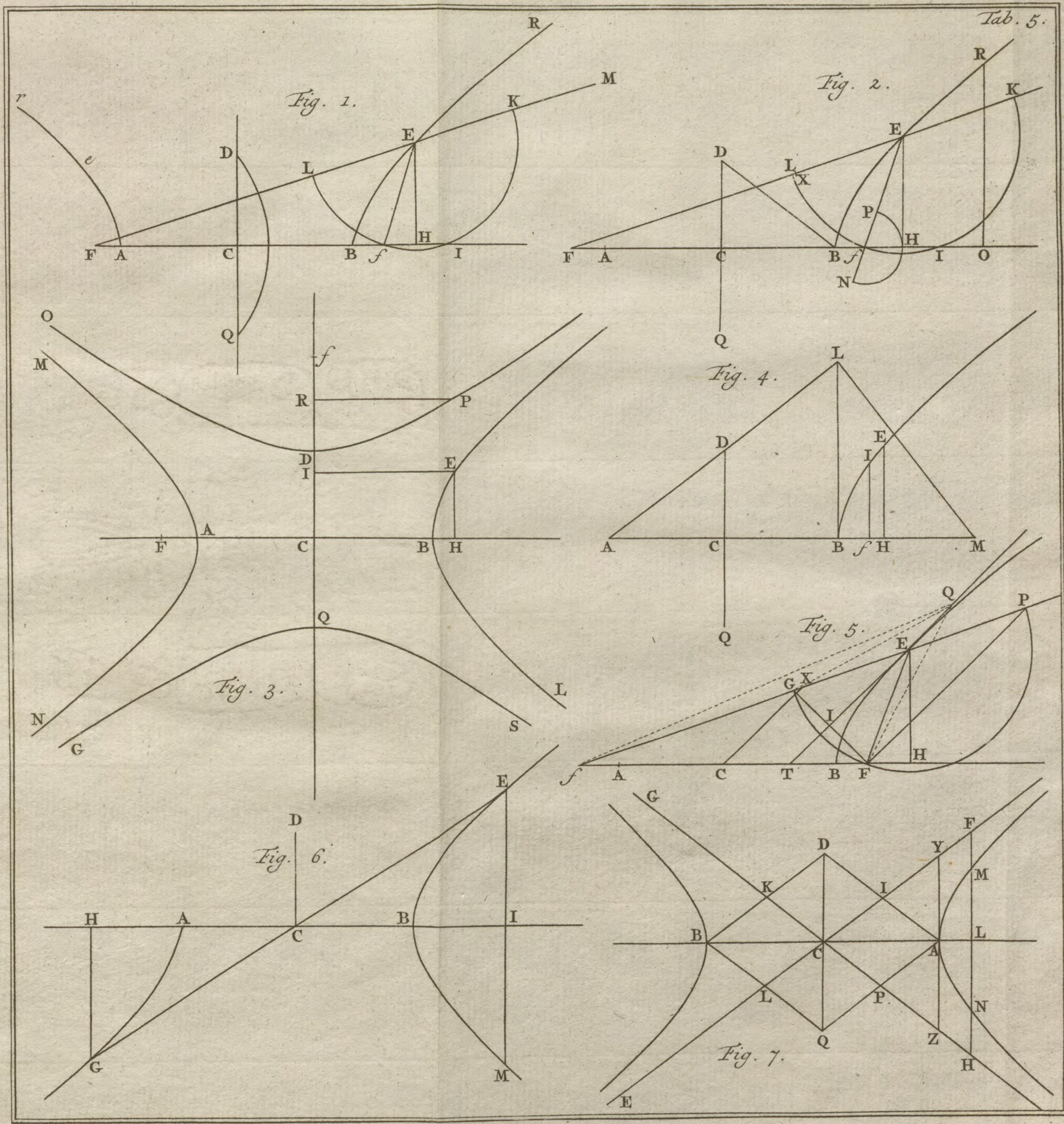
5

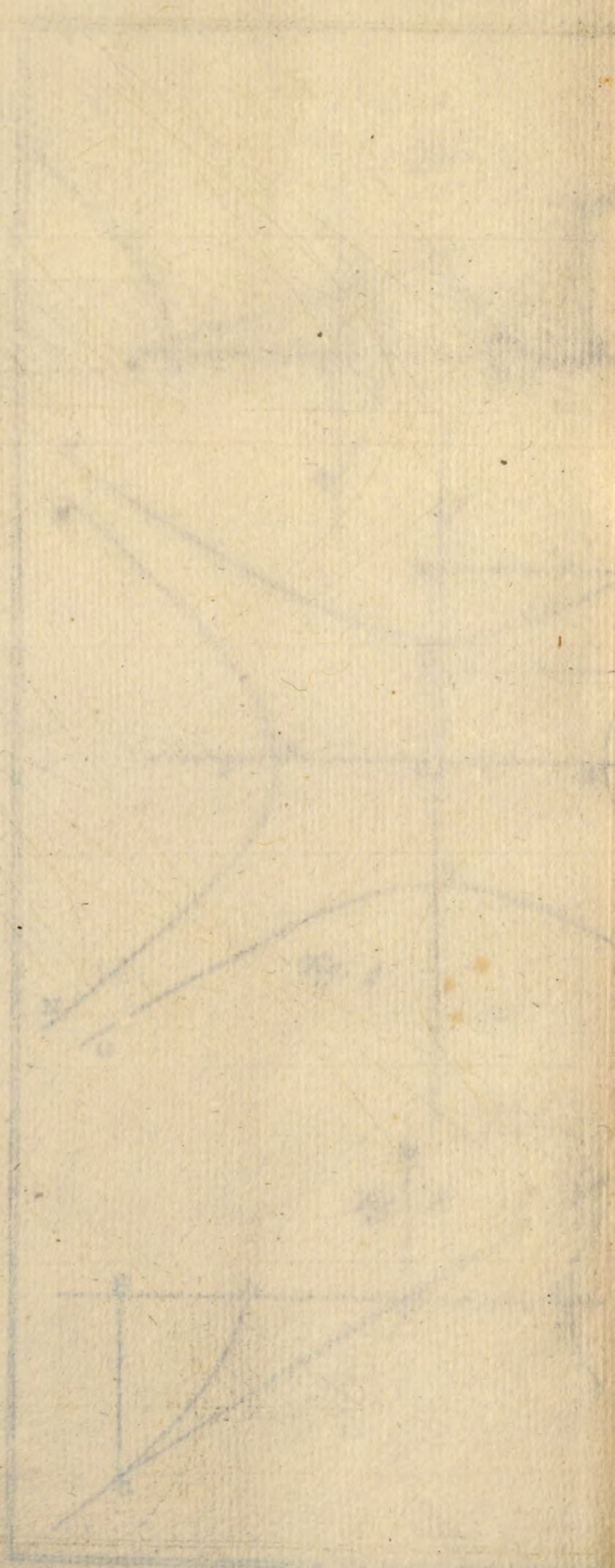
6

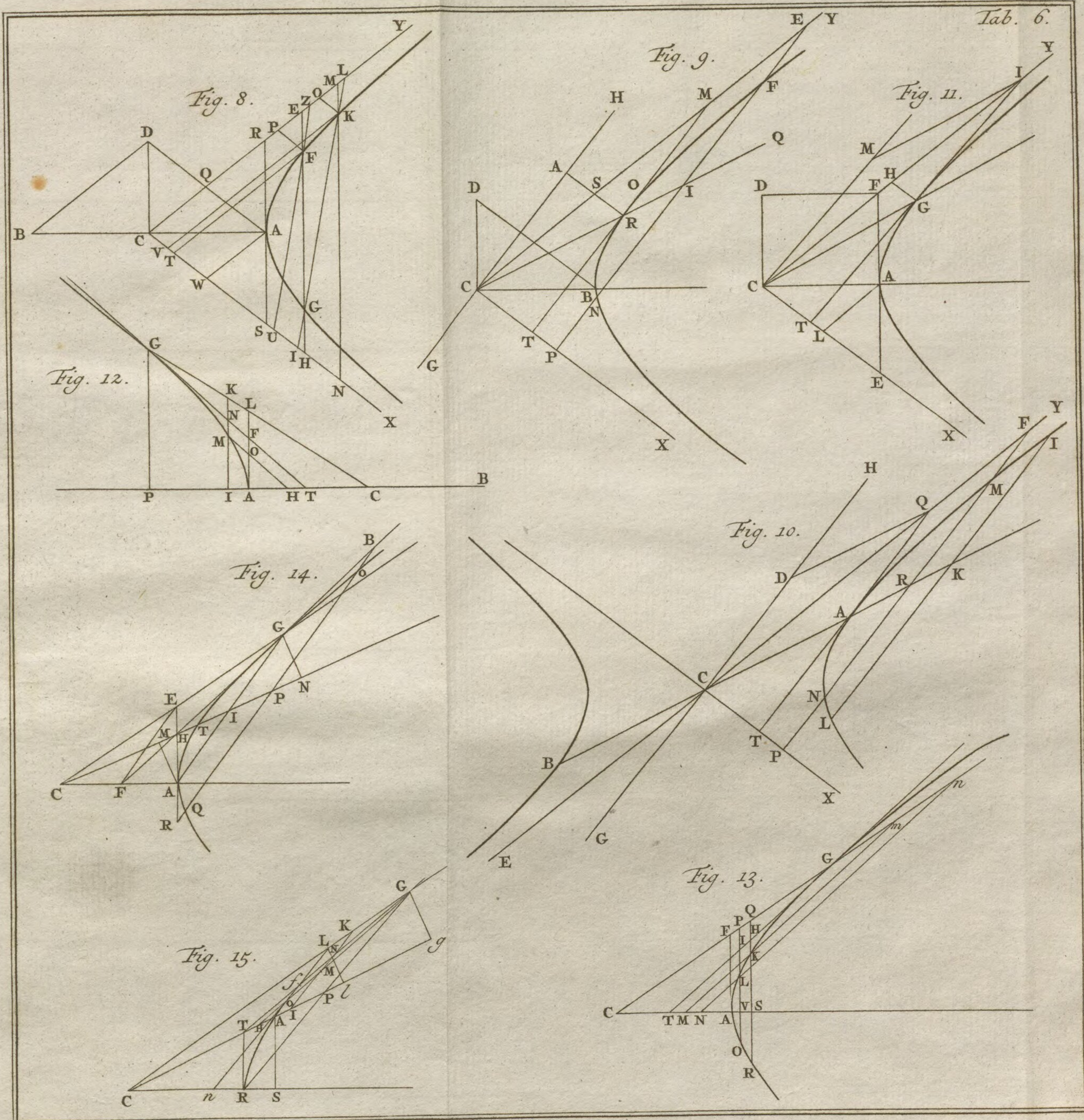
7

8

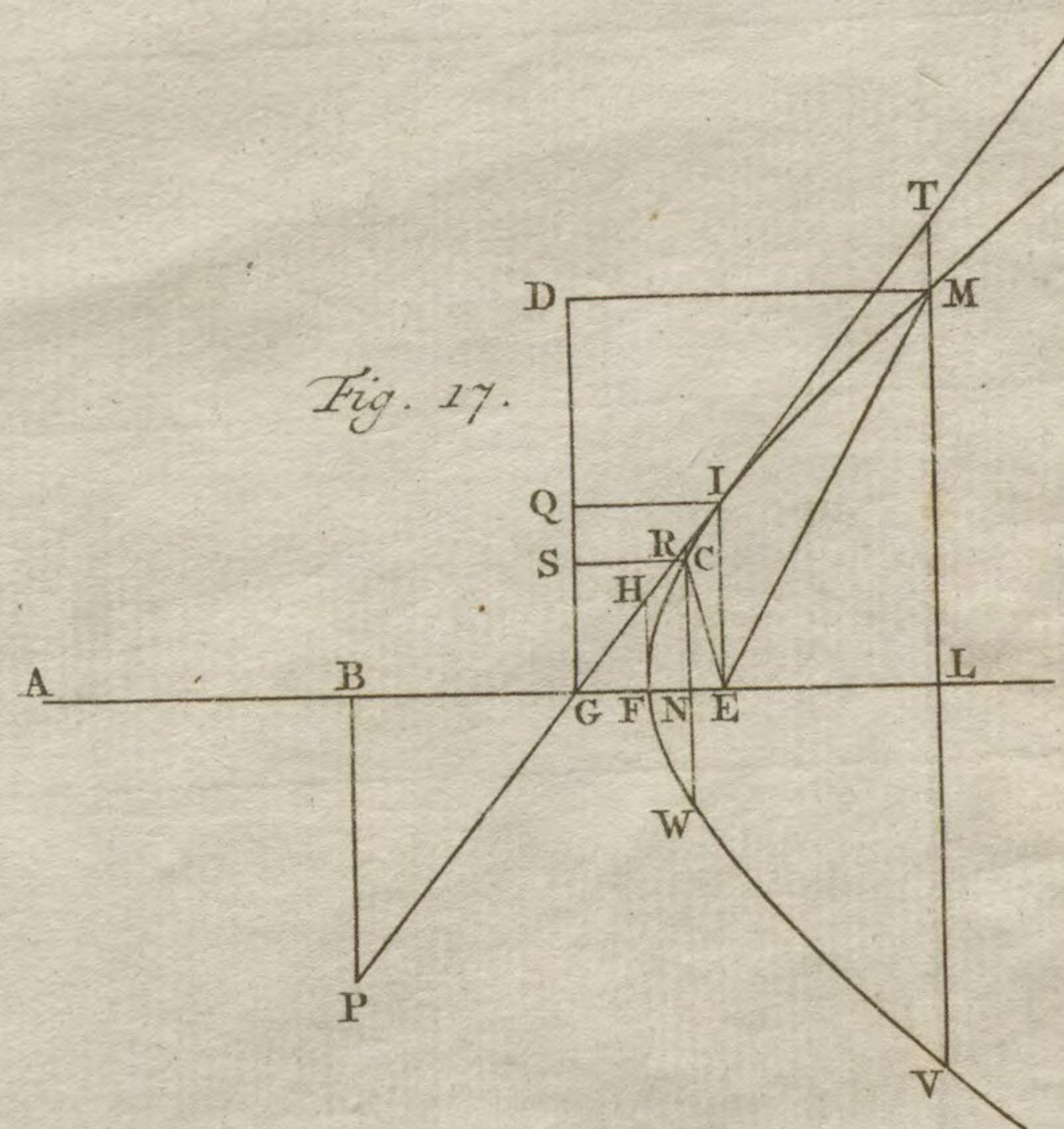
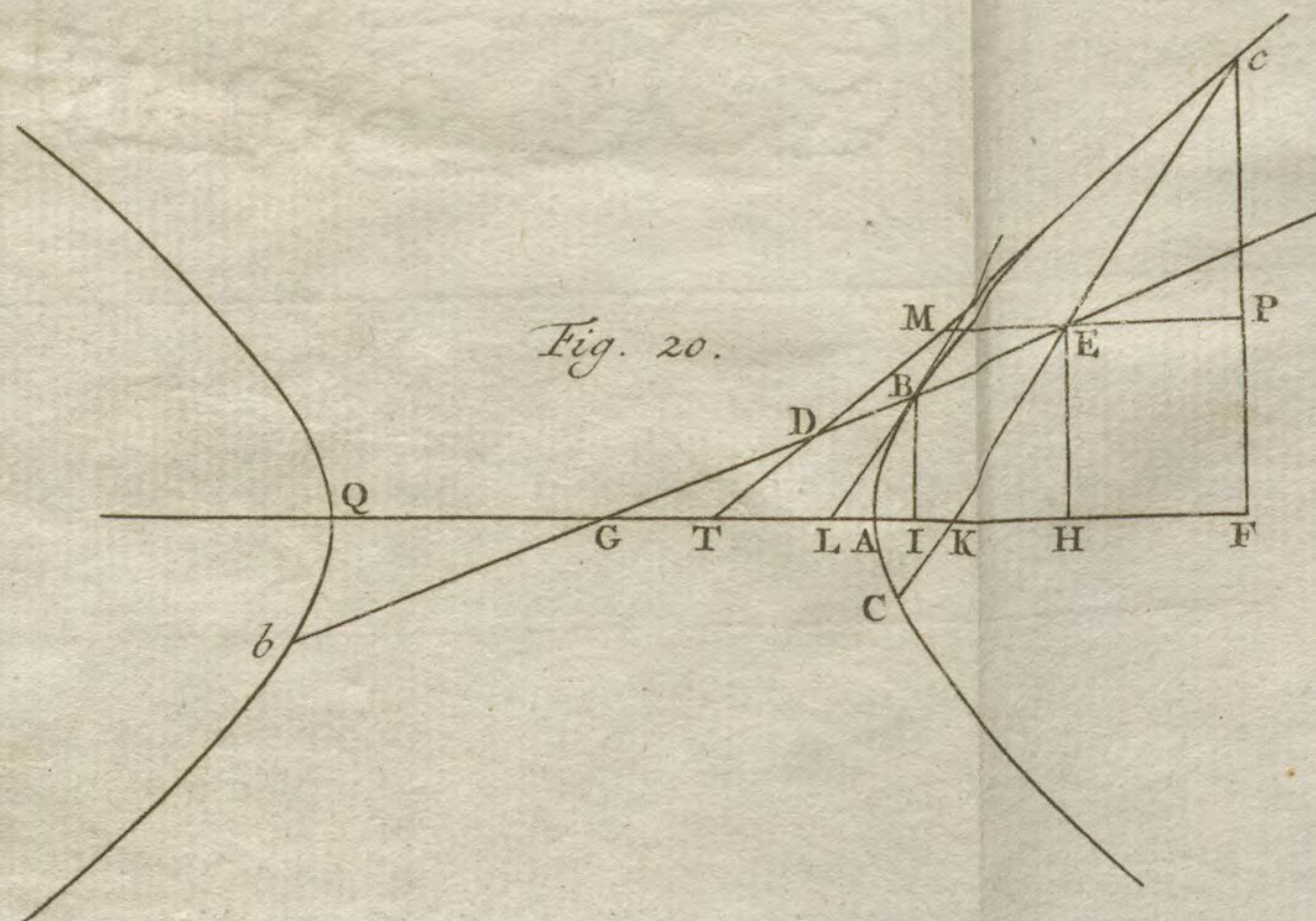
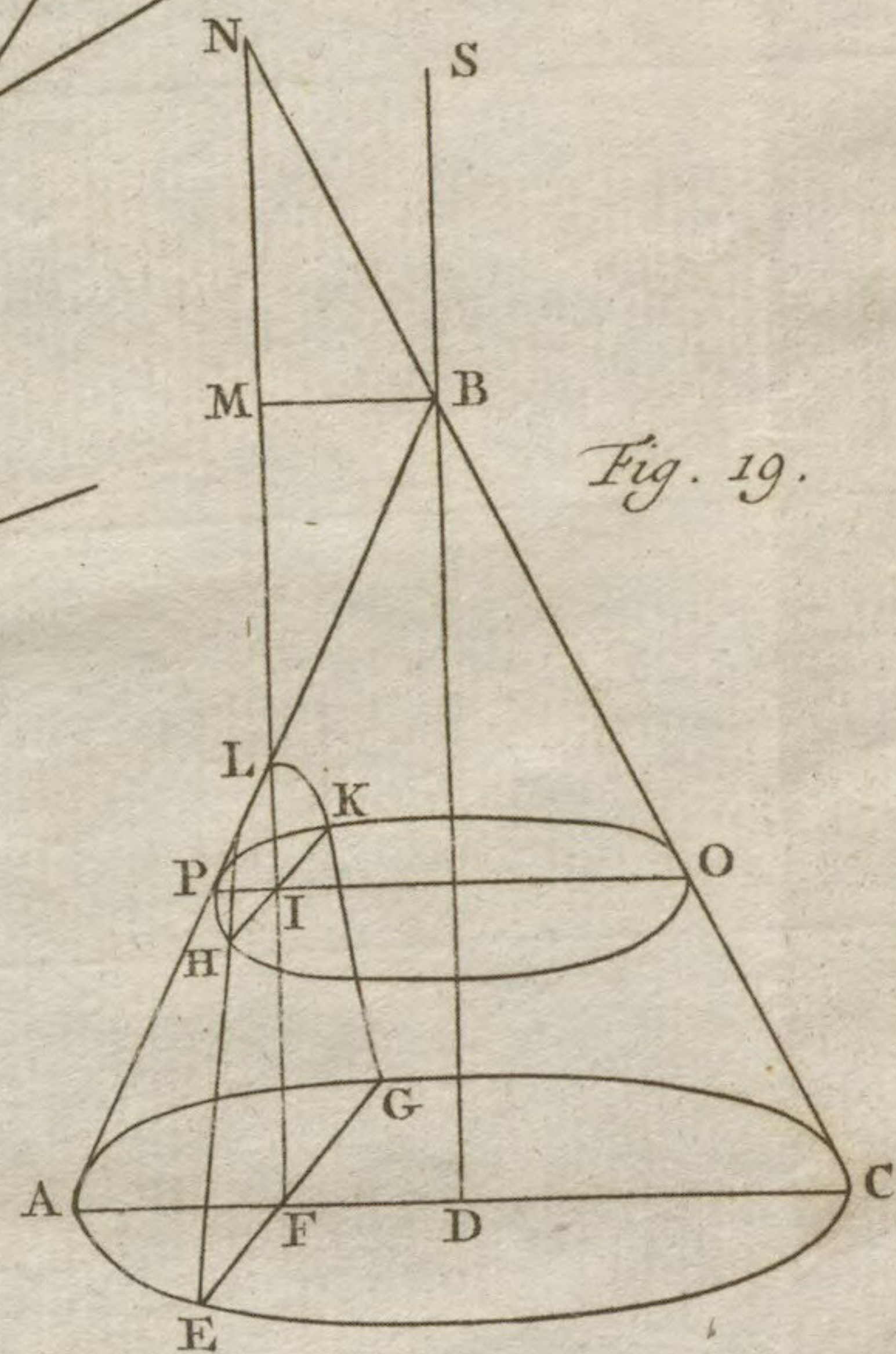
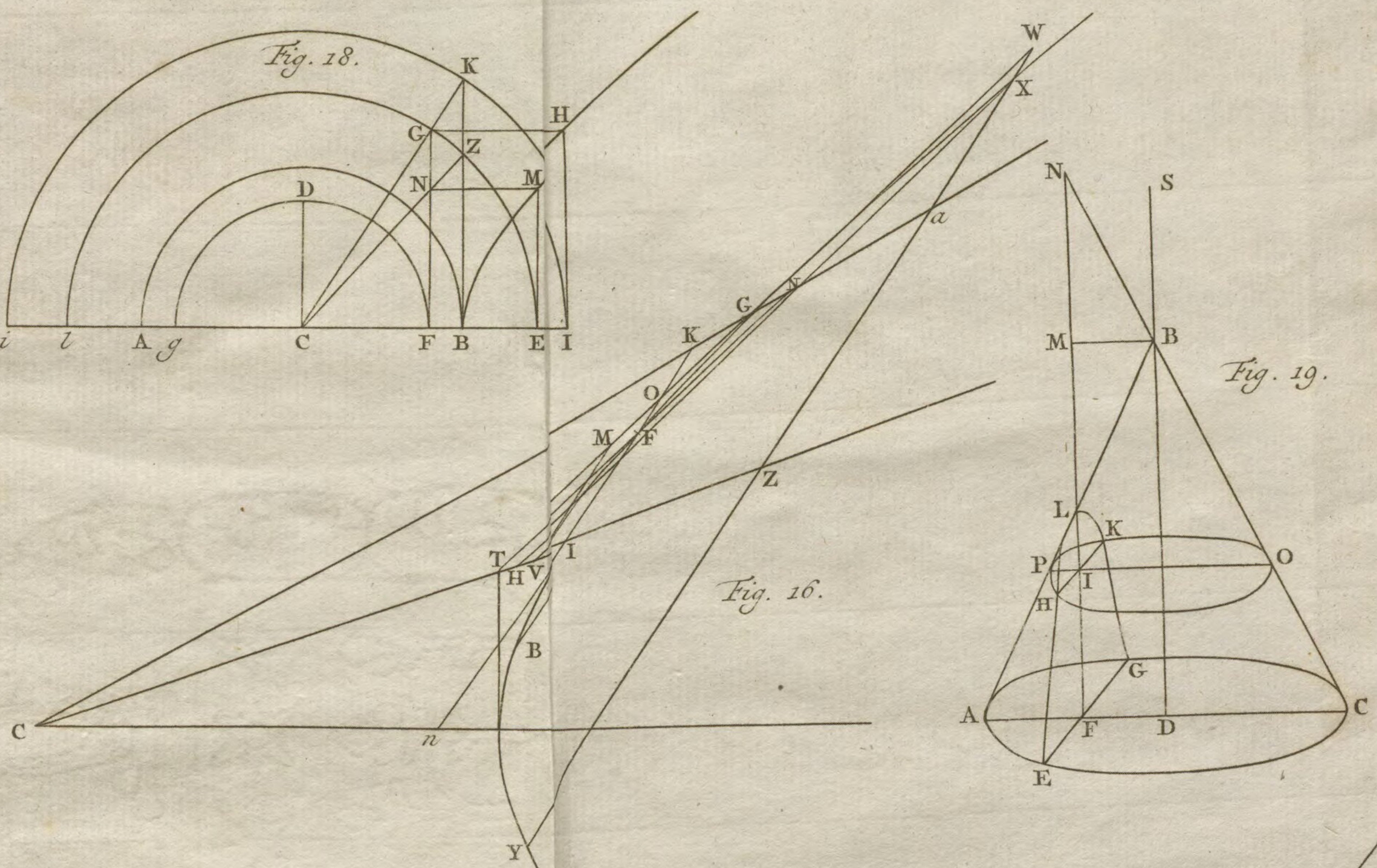
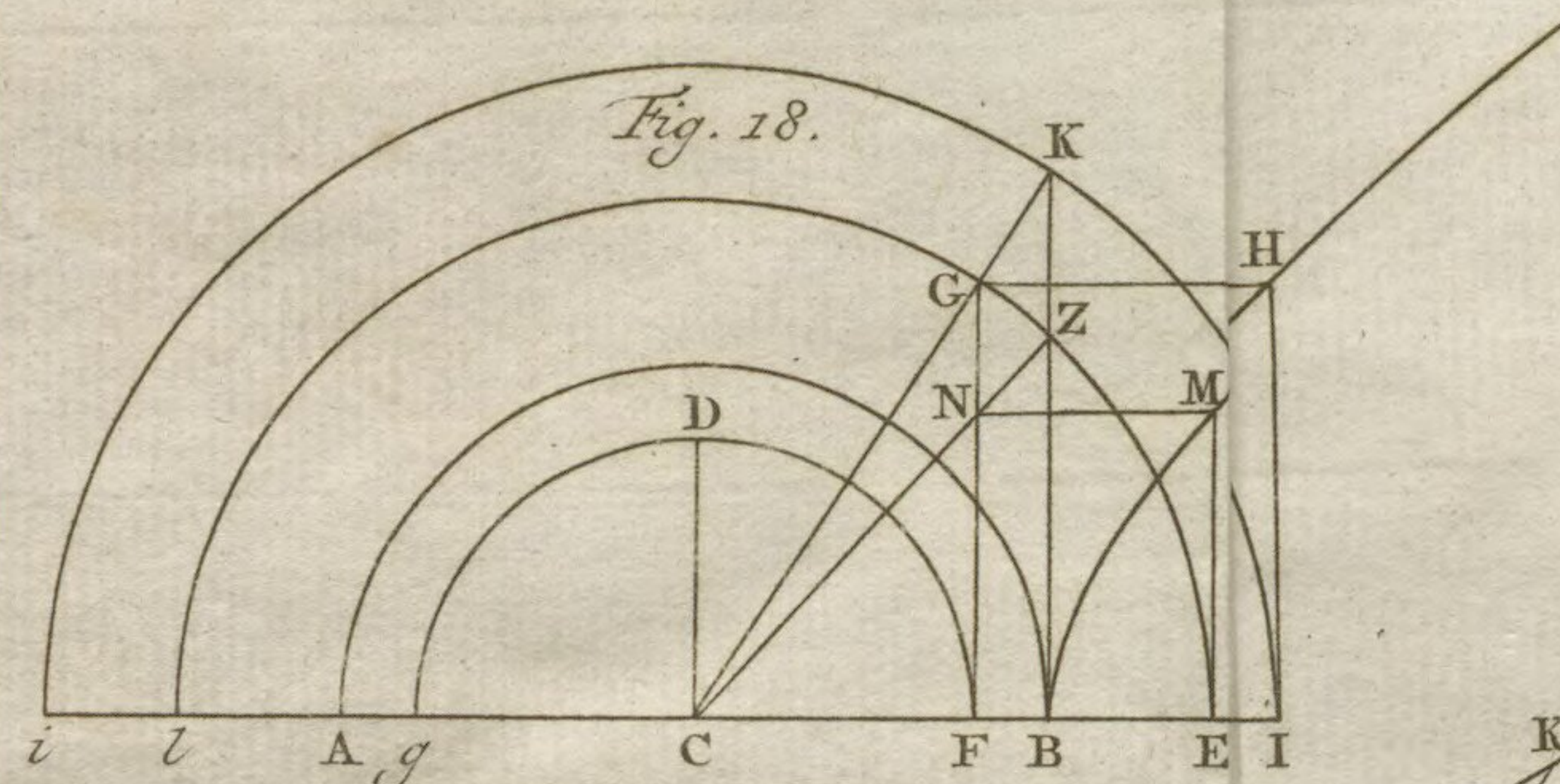
9















mu
ern o
Ma

Ypey, Nicolaas

Grondbeginzelen der Kegelsneeden

Amsterdam 1769

Math.p. 647 m

urn:nbn:de:bvb:12-bsb10083148-2

VD18 15339076-001